

Z5–I–5

Naše tři třídy, celkem 84 žáků, šly do kina. Lístek sice stál 50 Kč, ale každý 12. žák měl poloviční slevu a každý 35. vstup zdarma. Kolik stálo vstupné pro všechny žáky?

M. Volfová

Z5–I–6

Kluci našli starý plán minového pole (obrázek). Čísla jsou na polích, kde žádné miny nejsou, a udávají počet zaminovaných sousedících polí. Urči, kolik je v poli celkem min a kde jsou. (Pole sousedí tehdy, mají-li společný vrchol nebo stranu.)

1		2		2
	3		3	
3				3
	2			
			2	

M. Volfová

Zajímavé matematické úlohy

Otevíráme již 17. ročník naší pravidelné řešitelské rubriky „Zajímavé matematické úlohy“. V každém ročníku bylo dosud publikováno vždy deset úloh. V předchozích číslech našeho časopisu tak najdete již 160 zajímavých úloh. Upozorňujeme současně naše čtenáře, že kompletní soubor prvních 130 úloh této rubriky (včetně jejich úplných řešení) je možno nalézt v publikaci nakladatelství Prometheus „Sbírka netradičních matematických úloh“ autorů J. Švrčka a P. Calábka.

Řešení první dvojice úloh nového ročníku můžete zaslat nejpozději do 20. 10. 2009 na adresu: Redakce časopisu MFI, tř. Svobody 26, 771 46 Olomouc. Jejich řešení lze zaslat také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: mfi@upol.cz. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 161

Přirozené číslo n nazveme *pozoruhodným*, právě když existují nezáporná celá čísla x a y taková, že $n = 7x^2 + 287y^2$. Dokažte, že pro každé pozoruhodné číslo n jsou rovněž čísla $2009n$ a $2010n$ pozoruhodná.

Gottfried Perz (Graz)

Úloha 162

Nechť M je libovolný vnitřní bod trojúhelníku ABC . Označme T_a , T_b , T_c po řadě středy stran BC , CA , AB . Vrcholy A , B , C vedme přímky rovnoběžné po řadě s přímkami MT_a , MT_b , MT_c . Rozhodněte, zda tyto přímky procházejí jedním společným bodem. Svou odpověď zdůvodněte.

Jaroslav Švrček

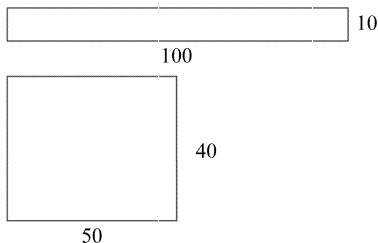
Lidé byli při rozdělování půdy klamáni odjakživa

Talmud, obsáhlý hebrejský soubor diskusí, výkladů a komentářů občanského a kanonického práva, obsahuje příběh, jak byla na jednu hlavu židovské komunity v Babylonii uvalena nebyvale tvrdá pokuta. Musel zaplnit pšenici sýpku o základně 40×40 čtverečních jednotek.

Postižený „podnikatel“ zašel pro radu za tehdy proslulým rabbim Hunou (asi 212–297 n. l.), hlavou surské akademie v babylonské říši. Učenec mu pravil: „Přesvědč je, aby od tebe vzali napřed pšenici na výměře 20×20 a po krátkém čase aby přijali druhou splátku rovněž 20×20 , a vyděláš polovinu.“ Samozřejmě, obsah čtverce o straně 40 jednotek je $40 \times 40 = 1600$ čtverečních jednotek, zatímco sečtený obsah dvou čtverců 20×20 činí pouze 800 jednotek.

Rabbi Huna zde využil ve starověku běžného omylu, totiž že obsah určité plochy závisí jen na jejím obvodu. Náš obrazek jednoduše ilustruje, jak může mít obrazec s menším obvodem mnohem větší obsah. Dlouhý obdélník má obvod

$2 \times (100 + 10) = 220$ jednotek a obsah $100 \times 10 = 1000$ čtverečních jednotek. Kratší obdélník má sice menší obvod, tj. $2 \times (50 + 40) = 180$ jednotek, avšak dvojnásobnou plochu $50 \times 40 = 2000$ čtverečních jednotek.



Historické prameny uvádějí, že ještě po řadu století i v období novověku bohatí lidé v některých oblastech podváděli svoje spoluobčany tak, že jim poskytovali zemědělskou či lesní půdu o větším obvodu, ale menším obsahu, než jaký si ponechali pro sebe. A jak jinak, navíc prý tento podvod ještě vydávali za projev vlastní štedrosti a velkorysosti.

Bohumil Tesařík