

C–I–5

Dokažte, že pro libovolná kladná reálná čísla a, b platí

$$\sqrt{ab} \leq \frac{2(a^2 + 3ab + b^2)}{5(a+b)} \leq \frac{a+b}{2},$$

a pro každou z obou nerovností zjistěte, kdy přechází v rovnost.

Ján Mazák

C–I–6

Najděte všechna přirozená čísla, která nejsou dělitelná deseti a která ve svém dekadickém zápisu mají někde vedle sebe dvě nuly, po jejichž vyškrtnutí se původní číslo 89krát zmenší.

Jaromír Šimša

Zajímavé matematické úlohy

Uvádíme zadání další dvojice úloh naší pravidelné rubriky. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 20. 9. 2009 na adresu: Redakce časopisu MFI, tř. Svobody 26, 771 46 Olomouc. Jejich řešení lze zaslat také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 159

V oboru reálných čísel řešte soustavu rovnic

$$x^2 + y = z^3 + 1,$$

$$y^2 + z = x^3 + 1,$$

$$z^2 + x = y^3 + 1.$$

Pavel Calábek

Úloha 160

Nechť ρ je poloměr kružnice vepsané trojúhelníku ABC a ρ_a, ρ_b, ρ_c jsou poloměry kružnic vně připsaných jeho stranám. Určete obsah trojúhelníku ABC , jestliže ρ_a, ρ_b a ρ_c jsou vyjádřeny přirozenými čísly a $\rho = 2$.

Jaroslav Švrček