

Zajímavé matematické úlohy

Otevíráme již 16. ročník naší pravidelné řešitelské rubriky „Zajímavé matematické úlohy“. V každém ročníku bylo dosud publikováno vždy deset úloh. V předchozích číslech našeho časopisu tak najdete již 150 zajímavých úloh. Upozorňujeme současně naše čtenáře, že kompletní soubor prvních 130 úloh této rubriky (včetně jejich úplných řešení) je možno nalézt v publikaci nakladatelství Prometheus „Sbírka netradičních matematických úloh“ autorů J. Švrčka a P. Calábka.

Řešení první dvojice úloh nového ročníku můžete zaslat nejpozději do 20. 10. 2008 na adresu: Redakce časopisu MFI, tř. Svobody 26, 771 46 Olomouc. Jejich řešení lze zaslat také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 151

Dokažte, že pro všechna kladná reálná čísla a, b, c platí

$$\frac{a^2b^2}{c^4 + 2b^3c} + \frac{b^2c^2}{a^4 + 2c^3a} + \frac{c^2a^2}{b^4 + 2a^3b} \geq 1.$$

Dále zjistěte, kdy nastává rovnost.

Petr Kaňovský

Úloha 152

Nechť B_1, B_2, B_3 jsou dotykové body kružnice vepsané trojúhelníku $A_1A_2A_3$ po řadě se stranami A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 . Označme dále I_1, I_2, I_3 středy kružnic vepsaných po řadě trojúhelníkům $A_1B_3B_2, A_2B_1B_3, A_3B_2B_1$. Jsou-li úhly $B_2B_1B_3$ a $I_1I_2I_3$ shodné, je trojúhelník $A_1A_2A_3$ rovnoramenný. Dokažte

Jaroslav Švrček