

C–I–5

Z množiny $\{1, 2, 3, \dots, 99\}$ vyberte co největší počet čísel tak, aby součet žádných dvou vybraných čísel nebyl násobkem jedenácti. (Vysvětlete, proč zvolený výběr má požadovanou vlastnost a proč žádný výběr většího počtu čísel nevyhovuje.)

Jaromír Šimša

C–I–6

Dokažte, že pro libovolná různá kladná čísla a, b platí

$$\frac{a+b}{2} < \frac{2(a^2+ab+b^2)}{3(a+b)} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Jaromír Šimša

Zajímavé matematické úlohy

Uvádíme zadání další dvojice úloh naší pravidelné rubriky. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 20. 9. 2008 na adresu: Redakce časopisu MFI, tř. Svobody 26, 771 46 Olomouc. Jejich řešení lze zaslat také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 149

Nechť $ABCD$ je čtyřstěn, jehož hrany při vrcholu D jsou navzájem kolmé. Označme S střed kulové plochy opsané čtyřstěnu $ABCD$ a T těžiště jeho stěny ABC . Dokažte, že bod T leží na přímkce DS .

Erich Windischbacher (Graz)

Úloha 150

Nechť $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{R}$ značí po řadě množinu všech celých a reálných čísel. Najděte všechny funkce $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ takové, že pro všechna celá čísla x, y platí

$$f(3x - y) \cdot f(y) = 3f(x).$$

Pavel Calábek