

Zajímavé matematické úlohy

Uvádíme zadání další dvojice úloh naší pravidelné rubriky. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 20. 9. 2007 na adresu: Redakce časopisu MFI, tř. Svobody 26, 771 46 Olomouc. Jejich řešení lze zaslat také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 139

Určete všechny dvojice a, b přirozených čísel, pro něž jsou hodnoty odmocnin $\sqrt{a^2 - 8b}$ a $\sqrt{b^2 - 8a}$ celá čísla.

Jaromír Šimša

Úloha 140

Nechť a, b, c jsou délky stran trojúhelníku ABC a ϱ poloměr kružnice jemu vepsané. Pak platí nerovnost

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq \frac{1}{4\varrho^2}.$$

Dokažte a zjistěte, kdy nastává rovnost.

Jaroslav Švrček