

Velmi užitečné je poukázat ve výuce na souvislost sčítání a odčítání na konkrétních příkladech a dát tak podklad větám: Odečíst celé číslo znamená přičíst číslo opačné. Přičíst dané celé číslo znamená odečíst číslo opačné.

$$5 - 3 = 5 + (-3), \quad 5 - (-3) = 5 + 3 \quad \text{atd.}$$

Různé mnemotechnické pomůcky a „znaménková pravidla“ mohou některým žákům přinést přehled a pomůcku k počítání. Pro děti, které mají problémy s pamětí, mohou být zavádějící a někdy se jim pletou. Poté, co se naučí celá čísla násobit, mají někteří žáci ve znaménkách zmatek. Každá paměťová pomůcka by se vždy měla opírat o řádné odvození.

K procvičování operací sčítání a odčítání celých čísel lze využít jednak série příkladů z učebnic, jednak různých didaktických her, jako jsou lota, domina, křížovka se samokontrolou, magické čtverce, různé tabulky apod. Je možno využít i pohybových her, ve kterých se vyhledávají dvojice se stejným výsledkem daných operací nebo se mohou vytvářet skupiny žáků, kteří mají po výpočtu svých různých příkladů stejný výsledek apod.

L i t e r a t u r a

- [1] *Balada, F.*: Z dějin elementární matematiky. SPN, Praha 1959.
- [2] *Struik, D. J.*: Dějiny matematiky. Orbis, Praha 1963.
- [3] *Hejný, M. a kol.*: Teória vyučovania matematiky. SPN, Bratislava 1990.

Zajímavé matematické úlohy

Uvádíme řešení úloh 129 a 130, jejichž zadání byla zveřejněna v devátém čísle loňského (15.) ročníku našeho časopisu.

Úloha 129

V oboru přirozených čísel řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} D(x, y) &= D(x + 3, y + 3), \\ n(x + 3, y + 3) &= 2 \cdot n(x, y), \end{aligned}$$

kde $D(x, y)$, $n(x, y)$ značí největšího společného dělitele, resp. nejmenší společný násobek přirozených čísel x a y .

Jaroslav Švrček

Řešení:

Pro všechna přirozená čísla a, b platí $ab = D(a, b) \cdot n(a, b)$.

Podle zadání pak dostaneme

$$2xy = 2 \cdot D(x, y) \cdot n(x, y) = D(x+3, y+3) \cdot n(x+3, y+3) = (x+3)(y+3).$$

Rovnici $2xy = (x+3)(y+3)$ upravíme na tvar

$$(x-3)(y-3) = 18. \quad (1)$$

Protože x a y jsou přirozená čísla, jsou s ohledem na možné rozklady čísla 18 v součin dvou celých čísel nutně také $x-3$ a $y-3$ přirozená čísla. Všechny vyhovující rozklady čísla 18 na součin činitelů z oboru přirozených čísel a jim odpovídající řešení rovnice (1) zapíšeme do tabulky.

$x-3$	1	2	3	6	9	18
$y-3$	18	9	6	3	2	1
x	4	5	6	9	12	21
y	21	12	9	6	5	4

Zkouškou snadno ověříme, že všechna řešení (x, y) dané soustavy jsou

$$(4; 21), (5; 12), (6; 9), (9; 6), (12; 5), (21; 4).$$

Správné řešení zaslali: *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *Miloslav Hübsch* z Prahy 5, *Zdeněk Koňářík* ze Zruče, *Jozef Mészáros* z Jelky, *Vladimír Pavel* z Blovic, *Anežka Faltýnková* z GJŠ v Přerově, *Miloslav Holík*, *Tomáš Jeziorský*, *Miroslav Klímoš*, *Lucie Mohelníková*, *Vít Orava* a *Miroslav Štufka*, všichni z GMK v Bílovci, *Jan Komínek*, *Zbyněk Konečný*, *Samuel Říha*, *Jiří Řihák*, *Hana Šormová* a *Petr Velan*, všichni z G Brno, tř. Kpt. Jaroše, *Jan Korbel* z G v Jihlavě, *Lukáš Malina* z GChD v Praze, *Jana Medková* z G v Brně, Křenová, *Tomáš Princ* z WG v Ostravě-Porubě a *Lenka Slavíková* z G v Mnichově Hradišti.

Neúplné řešení zaslal *František Jáchim* z Volyně a *Jitka Novotná* z GMK v Bílovci.

Úloha 130

Je dána úsečka AB s vnitřním bodem C . Určete množinu všech bodů D takových, že poloměr kružnice opsané trojúhelníku BCD je dvakrát větší než poloměr kružnice opsané trojúhelníku ACD .

Jaroslav Zhouf

Řešení:

Uvažujme libovolný trojúhelník s poloměrem r kružnice jemu opsané. Nechť a, b, c značí velikosti jeho stran a α, β, γ velikosti odpovídajících vnitřních úhlů. Potom platí

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r.$$

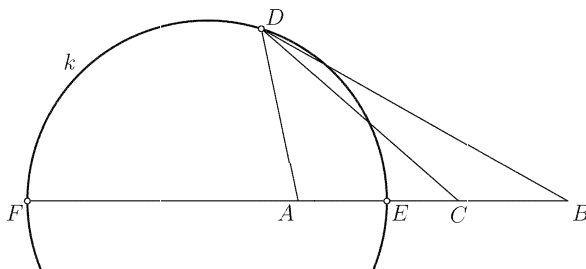
Pro poloměry r_1 a r_2 kružnic opsaných po řadě trojúhelníkům ACD a BCD platí na základě výše uvedeného vztahu

$$r_1 = \frac{|AD|}{2 \sin |\angle ACD|}, \quad r_2 = \frac{|BD|}{2 \sin |\angle BCD|}.$$

Protože $\sin |\angle BCD| = \sin |\angle ACD|$, hledáme body D s vlastností

$$\frac{1}{2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{|AD|}{2 \sin |\angle ACD|} \cdot \frac{2 \sin |\angle BCD|}{|BD|} = \frac{|AD|}{|BD|}.$$

Poněvadž množinou všech bodů X roviny, pro něž platí $\frac{|AX|}{|BX|} = \frac{1}{2}$, je Apolloniova kružnice, leží bod D nutně na této kružnici. Uvažovaná Apolloniova kružnice k je sestrojena nad průměrem EF , kde bod E je bodem úsečky AB , pro který platí $\frac{|AE|}{|BE|} = \frac{1}{2}$, a bod F je bodem polopřímky opačné k polopřímce AB , pro který platí $\frac{|AF|}{|BF|} = \frac{1}{2}$.



Naopak, každý bod D , který leží na této (Apolloniově) kružnici k a současně neleží na přímce AB má danou vlastnost.

Správné řešení zaslali: *Anton Hnáth* z Moravan, *Miloslav Hübsch* z Prahy 5, *Jozef Mészáros* z Jelky, *Vladimír Pavel* z Blovic, *Zbyněk Konečný* z G Brno, tř. Kpt. Jaroše, *Lukáš Malina* z GChD v Praze, *Jana Medková* z G v Brně, Křenová, *Jitka Novotná* z GMK v Bílovci a *Lenka Slavíková* z G v Mnichově Hradišti.