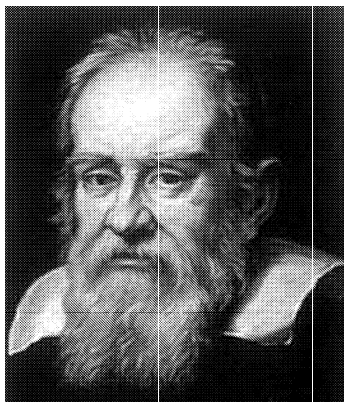


Galileův život v úlohách Pokus, jak oživit výuku fyziky dějinami fyziky

KATEŘINA BALCAROVÁ

Pedagogická fakulta UHK, Hradec Králové



Obr. 1 Galileo Galilei [4]

Galileo Galilei se narodil roku 1564 v Pise v rodině učitele hudby. Měl tři sourozence – dvě sestry a jednoho bratra. Rodina žila nuzně, ale i přesto dostal Galileo v dětství dobré vzdělání nejprve v domácím prostředí a později v klášterní škole. Otec si přál, aby Galileo vystudoval medicínu, protože toto povolání slibovalo nejlepší hmotné zabezpečení do jeho budoucího života. Galileo medicínu po čtyřech letech studia opustil a začal se věnovat studiu Euklidových Základů a spisů Archiméda. Z tohoto období pocházejí jeho první spisy.

Roku 1589 nastoupil na uvolněné místo profesora matematiky na univerzitě v Pise. Zde nebyl kolegy přívětivě přijat, protože působil díky svému oblečení nuzně. Ani plat zde nepobíral vysoký. V tomto období se Galileo věnoval důležitým experimentům v oblasti mechaniky. Považoval experiment jako vědeckou metodu zkoumání

přírody, což bylo mezi jeho současníky ojedinělé. Galileo si při svých experimentech uvědomoval vnější vlivy prostředí a při svých úvahách tento vliv dokázal odstranit. Navrhl tak myšlenkové experimenty.

V období pobytu v Pise se zabýval problémem, který popisoval již Aristoteles. Aristotelovo tvrzení znělo, že rychlost volného pádu tělesa je úměrná hmotnosti tělesa. Galileo prováděl experimenty, které toto tvrzení vyvracely. Při měření krátkých časových úseků se musel vyrovnat s mnohými problémy. Jako měřidlo času používal vlastní tep, odkapávající vodu nebo také hudební nástroje. Uvědomoval si vliv odporu vzduchu a ve svých úvahách dovedl správně experimenty posoudit, jako kdyby probíhaly v prostředí bez odporu.

Úloha: Galileo Galilei na Šikmé věži v Pise

Legenda vypráví, že Galileo Galilei zkoumal vlastnosti volného pádu pouštěním různě těžkých koulí z vrcholu Šikmé věže (obr. 2). Jako měřidlo času využíval vlastní tep. Výška věže je 55 m a od svislého směru mohla být odkloněna 3,5 m. Za jak dlouho spadla na zem koule o hmotnosti 2 kg z vrcholu Šikmé věže, jestliže zanedbáme odpor vzduchu? Kolik tepů během pádu koule zaznamenal Galileo, jestliže víme, že tepová frekvence dospělého člověka je 75 tepů za minutu?

Řešení:

Pomocí Pythagorovy věty vypočítáme výšku, ze které byla koule puštěna:

$$s = \sqrt{h^2 - d^2} = 55 \text{ m}$$

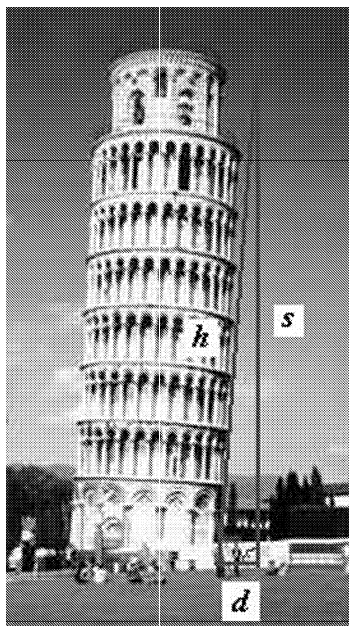
Po vhodné úpravě vztahu pro dráhu volného pádu vypočteme dobu pádu:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = 3,3 \text{ s}$$

Dobu volného pádu převedeme na počet zaznamenaných tepů:

$$f = 75 \text{ tepů/min} \quad \rightarrow \quad f = 1 \text{ tep/0,8 s}$$

Po předvedení experimentů veřejnosti neměl Galileo se svými závěry úspěch. Myšlenka odporující Aristotelovi nebyla přijata a jeho postavení na Univerzitě v Pise se ještě zhoršilo. Roku 1591 zemřel jeho otec a na Galileia připadla povinnost finančně zabezpečit svoje sestry. Shodou okolností



Obr. 2 Šikmá věž v Pise [6]

se v tomto období uvolnilo místo na Univerzitě v Padově a Galileo tam roku 1592 na základě předchozích událostí odešel. Univerzita v Padově měla vyšší úroveň než Univerzita v Pise. Pro Galilea tam byly příjemnější podmínky díky vyššímu platu a také proto, že byl kolegy vřeleji přijat než v Pise. Z tohoto období se dovídáme, že Galileo měl i nadále finanční tíseň a to i přesto, že doučoval studenty a že je ve svém domě ubytovával. Také měl dílnu, kde se vyráběly drobné měřicí přístroje na prodej. Jedním z důvodů finanční tísně bylo vyplácení věna jeho dvěma sestrám. Sám Galileo se nikdy neoženil, ale udržoval vztah se ženou nižšího původu, se kterou měl dvě dcery Virginii a Livii a syna Vincenza. Obě dcery vstoupily do kláštera. S dcerou Virginii, která přijala v klášteře jméno Marie Celeste, měl Galileo dobrý vztah. Byla mu později díky korespondenci, kterou mezi sebou udržovali, oporou v mnoha těžkých chvílích.

Za období působení v Padově se Galileo zabýval oblastmi fyziky, které nevyvolávaly rozpory s církví. Za tuto dobu se podíval do mnoha oblastí fyziky, ale mnohé zásahy nebyly nijak významné. Roky strávené v Padově byly šťastným obdobím jeho života a také přínosné pro fyziku.

Velký význam měly experimenty s padostrojem. Jednalo se o nakloněnou rovinu opatřenou hladkým žlábkem. Úhel sklonu bylo možno podle potřeby změnit. Pomocí padostroje zkoumal Galileo rovnoměrně zrychlený pohyb. Při zvětšování náklonu roviny se podmínky pohybu přibližovaly podmínkám volného pádu. Tento způsob měření byl vhodnější, než přímé pozorování při volném pádu. Experimenty bylo možno opakovat a každý si je mohl ověřit.

Úloha: Galileův padostroj

Galileo zkoumal pohyb po nakloněné rovině a své výsledky později předváděl před pány. Měřil dobu, za kterou kulička urazí danou dráhu po nakloněné rovině. Rovina byla nakláněna postupně pod většími úhly. Galileův padostroj byla dřevěná fošna (deska) délky 12 sáhů, šířky 0,5 sáhu a tloušťky 0,125 sáhu. Uvažujeme původní florentský sáh, jehož délka je asi 0,6 m.

- a) Jakou dobu naměřili učenci pro úhel nakloněné roviny 15° , 30° , 45° , 60° a 90° ?
- b) Vypočti dobu volného pádu z výšky 12 sáhů a porovnej s výsledky z otázky a).

Odpor prostředí opět neuvažujeme.

Názna řešení

Pro naměřený čas vyjdeme ze vztahu pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu, kde za zrychlení dosadíme vztah platící pro velikost zrychlení pohybu po nakloněné rovině.

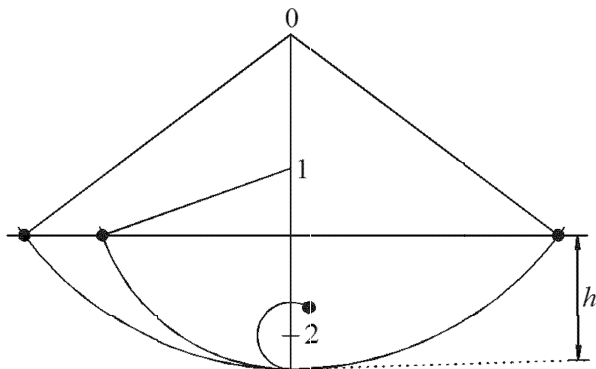
Porovnáním číselných hodnot doby rovnoměrně zrychleného pohybu po nakloněné rovině s úhlem sklonu 90° a doby volného pádu vidíme, že se hodnoty rovnají. Volný pád je speciálním případem rovnoměrně zrychleného pohybu. K tomuto závěru došel také Galileo.

V tomto období Galileo experimentoval i s kyvadlem. Vypráví se, že jako mladý si všiml při bohoslužbě, že doba kyvu lampy věčného světla nezávisí na výchylce lampy. Toto vyprávění je spíše legendou, než doloženou událostí. Nezávislosti doby kyvu na výchylce kyvadla využil při pozdějším experimentování s kyvadly.

K dalšímu poznatku o kyvadlech došel jedením experimentem, který mohl probíhat takto:

Úloha: Galileovo kyvadlo

Uvažujme, že Galileo prováděl experimenty s kyvadlem o délce 50 cm a zajímala ho výška, do které kulička po vychýlení do výšky 20 cm vystoupí. Nejprve experiment provedl bez zarážek a poté zopakoval pokus ještě dvakrát postupně s umístěním zarážek ve výšce 30 cm a 15 cm, jak je znázorněno na obr. 3.



Obr. 3 Schéma experimentu s kyvadlem

- Do jaké výšky vystoupila kulička v případě bez zarážky a jakou rychlost měla kulička v nejkrajnějším bodě trajektorie?
- Do jaké výšky vystoupila kulička, byla-li umístěná zarážka ve výšce 30 cm nad podložkou a jakou rychlost měla kulička v nejkrajnějším bodě trajektorie?
- Jaká byla výška výstupu a rychlost kuličky v nejkrajnějším bodě trajektorie v případě umístění zarážky 15 cm nad podložkou? Jak děj mohl probíhat dále?

Náznak řešení

Ve všech případech vyjdeme ze zákona zachování mechanické energie pro počáteční a koncový stav. V bodě a), b) je výška výstupu kuličky rovna výšce počátečního vychýlení. V bodě c) je zarážka umístěná níže, než je výška vychýlení a tedy dojde k přetočení kuličky okolo zarážky.

Galileo Galilei jako první přišel s myšlenkou, jak změřit rychlost světla, o níž intuitivně uvažoval, že je konečná. Byla to metoda dvou luceren. Dvě osoby vyšly na dva vzdálené kopce a s sebou každá vynesla zakrytou

lucernu. Na vrcholu kopce jeden sejmul z lucerny zákryt v okamžiku, kdy začal měřit čas. Jakmile světlo dorazilo k osobě na druhém kopci, odkryla se druhá lucerna. Až světlo z druhé lucerny dorazilo k osobě na prvním kopci, přestal se měřit čas. Jistě zajímavá myšlenka, ale mohla by být rychlost světla touto metodou dobře změřena?

Úloha: Měření rychlosti světla

Představme si, že by tento pokus byl proveden v Krkonoších. Jeden člověk by stál na Sněžce, jejíž nadmořská výška je 1 602 m, a druhý člověk by se postavil na Studniční horu o nadmořské výšce 1 554 m. Vzdušná vzdálenost obou vrcholů je 2,43 km.

- Za jak dlouho by světlo urazilo vzdálenost ze Sněžky na Studniční horu a zpět?
- Jaká rychlost by byla vypočtena, jestliže uvažujeme, že reakční doba každého jedince je 0,5 s?

Náznak řešení

- Vyjdeme ze vztahu pro čas při rovnoměrném pohybu. Za velikost rychlosti dosadíme známou hodnotu rychlosti světla.
- Dobu pohybu z předchozího bodu sečteme s reakční dobou každého experimentátora. Dosadíme do vztahu pro rychlost při rovnoměrném pohybu. Porovnáním známé hodnoty rychlosti světla a vypočtené hodnoty při takovémto experimentu, vidíme nepřesnost navrhované metody.

Při návštěvě Benátek se Galileo doslechl o existenci dalekohledu, který nabízel francouzský obchodník. Tento vynález Galilea nadchl a po návratu do Padovy se začal zabývat jeho konstrukcí. Na první dalekohled použil olověnou trubku a dvě čočky – spojku a rozptylku. Galileo konstrukci dlouhodobě zlepšoval.

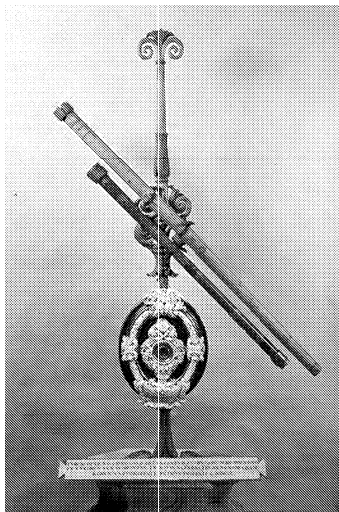
Úloha: Dalekohled

Zachovalo se několik původních Galileových dalekohledů (obr. 4). Jaký je rozměr jednotlivých dalekohledů? Známe postupně tyto údaje. Zvětšení 14×, 20×, 34× a ohniskové vzdálenosti objektivů jsou postupně 1 327 mm, 956 mm, 1 689 mm.

Řešení:

Vyjdeme z poznatku, že zvětšení dalekohledu je dáno poměrem ohniskové vzdálenosti objektivu a ohniskové vzdálenosti okuláru:

$$|Z| = \frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{ok}}} \quad \rightarrow \quad f_{\text{ok}} = \frac{f_{\text{ob}}}{|Z|}$$



Obr. 4 Galileovy dalekohledy [1]

Pro první dalekohled platí:

$$f_{ok1} = \frac{f_{ob1}}{|Z_1|} = \frac{1\,327}{14} \text{ mm} = 95 \text{ mm}$$

Stejným postupem vypočítáme číselné hodnoty ohniskových vzdáleností okulárů druhého a třetího dalekohledu: $f_{ok2} = 47,8 \text{ mm}$, $f_{ok3} = 49,7 \text{ mm}$

Délka dalekohledu je dána součtem ohniskové vzdálenosti objektivu a okuláru: $l = f_{ok} + f_{ob}$

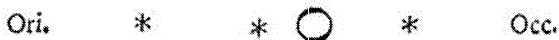
Pro první dalekohled platí:

$$l_1 = f_{ok1} + f_{ob1} = (95 + 1\,327) \text{ mm} = 1\,422 \text{ mm}$$

Stejným postupem vypočítáme délku druhého a třetího dalekohledu: $l_2 = 1\,004 \text{ mm}$, $l_3 = 1\,739 \text{ mm}$

Při použití dalekohledu k pohledu na noční oblohu, poznal Galileo mnohé. Spatřil detailněji povrch Měsíce, po pohledu do Mléčné dráhy zjistil, že je složena s množstvím hvězd a také spatřil, že se v okolí Jupiteru nacházejí tři měsíce. Po opakovaném pozorování zjistil, že jsou čtyři

(obr. 5). Dnes je známe pod jmény Callisto, Europa, Ganymedes a Io. Galilei zaujalo, že když se podívá dalekohledem na Jupiter následující den, jsou okolní tělesa v jiných pozicích, než byla předchozí den.



Obr. 5 Jupiterovy měsíce pozorované Galileem [5]

Úloha: Pohled na Jupiterovy měsíce

Jupiterovy měsíce jsou viditelné i malým triedrem. Každý se může o tom přesvědčit. Za jak dlouho se Galileovi naskytla možnost vidět měsíce ve stejném rozložení, jako při prvním pozorování? Doba oběhu měsíce Io je 1,769 dní, měsíce Europa 3,551 dní, měsíce Ganymedes 7,154 dní a měsíce Callisto 16,689 dní.

Náznak řešení

Můžeme zvolit postup pomocí zaokrouhlení číselných hodnot dob oběhu jednotlivých měsíců: $T_I = 1,8$ dní, $T_E = 3,6$ dní, $T_G = 7,2$ dní, $T_C = 16,7$ dní. Z těchto údajů najdeme nejmenší společný násobek, jehož číselná hodnota je 120,24 dne. Zkontrolujeme-li výsledek s údaji o pohybech Jupiterových měsíců v některé z astronomických ročenek, zjistíme, že zaokrouhlování dob oběhů měsíců zatížilo výpočet velkou chybou a výsledek neodpovídá realitě. Stanovíme-li nejmenší společný násobek bez zaokrouhlování, dostaneme hodnotu 750 dní.

Galileo se věnoval propočtům drah Jupiterových měsíců. Viděl praktické využití těchto měsíců pro orientaci při námořní plavbě. Setkal se i v této oblasti s nedůvěrou a nezájmem. Údajně pozoroval i Slunce a všiml si tmavých skvrn na jeho povrchu, které se pohybovaly. Jejich pohyb dokazoval rotaci Slunce.

Jeden z následovníků Galilea pozoroval zákryty měsíce Io Jupiterem a zjistil, že v některém období roku se zákryty mírně opožďují a jindy se zase mírně předcházejí oproti zákrytům propočteným.

Úloha: Rychlost světla

Nakreslete si oběžné dráhy Země a Jupitera a pokuste se tento jev vysvětlit. Zmíněným astronomem byl *Olaf Römer*, který zjistil, že při době oběhu měsíce kolem planety Jupiter 1,769 137 786 d (152 853,5047 s,

42,5 h) se opožděný kryt od krytu předpověděného liší nejvíce přibližně o 15 s. Odhadněte z těchto údajů vypočtenou rychlost světla.

Náznak řešení

Rozdíl mezi vypočteným a pozorovaným začátkem krytu je dán rychlostí šíření signálu (světelného), který tuto skutečnost potvrzuje. Za dobu oběhu měsíce Io kolem planety Jupiter, tj. asi 42 h postoupí Země směrem k Jupiteru nebo naopak se vzdálí od Jupitera, když se nachází ve vhodné poloze na oběžné trajektorii o 4,5 miliónu kilometrů. Z údajů již vypočítáme předpokládanou rychlost světla.

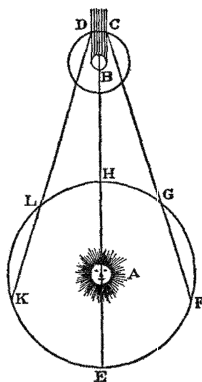


FIG. 70.

Obr. 6 Zákryty Jupiterova měsíce Io [3]

Galileo se věnoval i experimentům popírající Aristotelovo tvrzení, že vzduch nemá tíhu. Sledoval ponor láhve ve vodě. Nejprve byla láhev naplněná vzduchem ochlazeným a poté byla naplněná vzduchem ohřátým.

Úloha: Ponor láhve

Jaký je rozdíl objemů ponořené části láhve o celkovém objemu 1,5 l naplněné nejprve vzduchem o teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a hustotě $1,276\text{ kg/m}^3$ a poté naplněné vzduchem o teplotě $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ a hustotě $1,150\text{ kg/m}^3$, je-li láhev ve vodě?

Řešení:

Pro ponor láhve v rovnováze platí, že tíhová síla je rovna síle vztlakové:

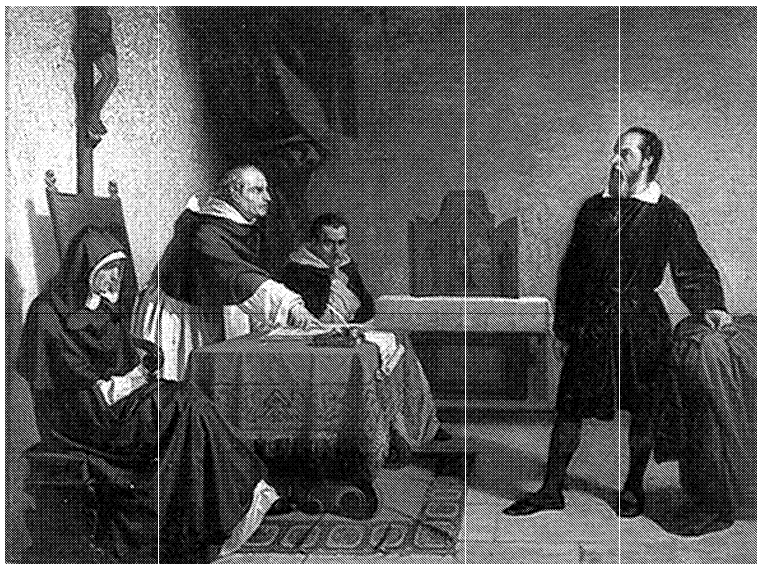
$$F_G = F_{vzt}$$

$$(m + m_0)g = V_0 \varrho_k g \quad \rightarrow \quad V_0 = \frac{m + m_0}{\varrho_k}$$

$$(m + m_{30})g = V_{30} \varrho_k g \quad \rightarrow \quad V_{30} = \frac{m + m_{30}}{\varrho_k}$$

Rozdíl ponorů láhve naplněné vzduchem o různé teplotě dostaneme po odečtení ponoru v jednotlivých případech:

$$\begin{aligned} V_0 - V_{30} &= \frac{m_0 - m_{30}}{\varrho_k} = \frac{V}{\varrho_k} (\varrho_0 - \varrho_{30}) = \\ &= \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{1\,000} (1,276 - 1,150) \text{ m}^3 = 1,89 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \end{aligned}$$



Obr. 7 Galileo před inkvizicí [2]

Díky svým astronomickým názorům podporujícím Koperníkovo tvrzení o heliocentrismu se Galileo dostával do konfliktů s inkvizicí. Problémy vyvrcholily roku 1633 procesem, kde byl prohlášen za kacíře a od téhož roku

žil v domácím vězení. Mohlo ho navštěvovat jen několik přátel. Galileo si dopisoval se svou dcerou Marií Celestou, která však roku 1634 zemřela. V období domácího vězení Galilea navštěvoval i žák Jan Evangelista Torricelli, se kterým diskutoval o vědeckých otázkách. I přes návštěvy přátel a žáků bylo Galileovo domácí vězení velice skličující. Roku 1637 úplně oslepl a roku 1642 zemřel.

L i t e r a t u r a

- [1] *Smolka, J. Galileo Galileo*: Legenda moderní doby. Praha: Prometheus, 2000. 60 s. ISBN 80-7196-171-X.
- [2] *Štoll, I.*: Dějiny fyziky. Praha: Prometheus, 2009. 582 s. ISBN 978-80-7196-375-2.
- [3] *Zamarovský, P.*: 400 let astronomického dalekohledu. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, 2009, č. 2, s. 94 – 111. CS-ISSN-0032-2423.
- [4] www.astronomie2009.cz

Z d r o j e o b r á z k ů

- [1] www.aldebaran.cz
- [2] www.converter.cz
- [3] www.en.wikipedia.org
- [4] www.famous-scientists.net
- [5] www.navod.hvezdarna.cz
- [6] www.pangea-travel.cz

Ako skáče bungee skokan?

ZUZANA JEŠKOVÁ – JANA KOVÁČOVÁ

Prírodovedecká fakulta UPJŠ Košice

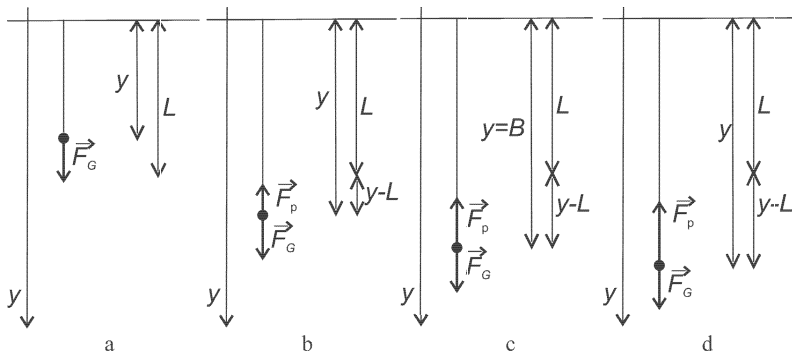
Úvod

Bungee jumping má svoje korene v starobylej polynézskej legende, podľa ktorej nahnevaný muž chcel zabiť svoju manželku, tá sa však zo strachu pred jeho hnevom ukryla v korunke stromu a keď si chcela pred rozzúreným mužom zachrániť život, uviazala si okolo členka nohu a skočila dole.

Muž skočil bez rozmyslu za ňou bez liany a zabil sa. Odvtedy skladajú príslušníci tohto kmeňa skúšku dospelosti skokom z drevených veží s lianou uviazanou okolo členkov. Tieto polynézske tradície boli podnetom pre mnohých ďalších odvážlivcov, ktorí si takýto skok chceli sami vyskúšať a tak sa z tradície stal známy adrenalinový šport. Keďže fyzikálne ide o relatívne jednoduchý pohyb, môžeme ho využiť aj na strednej škole pri objasňovaní kinematických a dynamických zákonitostí voľného pádu a kmitavého pohybu a taktiež ako príklad platnosti zákona zachovania mechanickej energie.

Teoretické základy bungee jumpingu

Teória bungee jumpingu je pomerne jednoduchá. Predpokladajme, že bungee skokan má určitú hmotnosť m a je priviazaný k lanu dĺžky L s tuhosťou k . Pri našich úvahách však zanedbávame hmotnosť bungee lana, ktorá je oveľa menšia ako hmotnosť skokana. Zvoľme vzťažnú sústavu tak, že východisková pozícia na moste bude počiatok vzťažnej sústavy, teda $y = 0$ a kladný smer osi y smeruje nadol (obr. 1).



Obr. 1 Sily pôsobiace na skokana v jednotlivých fázach pádu

Počas pohybu bungee skokan vykonáva dva druhy pohybov.

a) $y < L$

Jediná sila, ktorá počas tejto časti pohybu pôsobí na skokana, je tiažová sila a skokan koná voľný pád

Z energetického hľadiska sa skokan vyznačuje kinetickou energiou a potenciálnou energiou tiažovou, ktorá je vzhľadom na zvolenú vzťažnú sústavu a nulovú hladinu zvolenú v mieste, odkiaľ skokan skáče rovná:

$$E_{\text{ptiaz}} = -mgy \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Celková mechanická energia musí byť rovnaká ako na začiatku, teda nulová.

Ak skokan dosiahne $y = L$, bungee lano je natiahnuté do jeho plnej dĺžky a od tohto momentu ďalej sa lano správa ako pružina, ktorá skokana ťahá naspäť hore.

b) $y > L$

V prípade, že $y > L$, lano sa natiahne o veľkosť $\Delta y = y - L$ a okrem konštantnej gravitačnej sily začína pôsobiť aj nahor smerujúca sila pružnosti bungee lana:

$$F_p = -k(y - L)$$

Celková pôsobiaca sila na skokana v každom okamihu je:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_p$$

Pričom pre jej veľkosť platí:

$$F = mg - k \cdot (y - L)$$

Tiažová sila a sila pružnosti pôsobia v navzájom opačných smeroch, pričom tiažová sila je konštantná, pôsobí smerom nadol a sila pružnosti lineárne narastá, pôsobí smerom nahor. To znamená, že celková sila $F = F_G - k(y - L)$ smeruje nadol, pričom jej veľkosť postupne klesá až po polohu $y = B$, kedy obidve sily sú v rovnováhe ($F_G = F_p$), t.j. $F = 0$.

Vtedy platí:

$$mg - k(B - L) = 0$$

$$kB - kL = mg$$

$$B = \frac{mg + kL}{k} = L + \frac{mg}{k}$$

Ak $y > B$, sila pružnosti prevyšuje tiažovú silu a výslednica týchto síl smeruje nahor a zväčšuje svoju veľkosť.

Na základe druhého Newtonovho zákona pôsobiaca sila udelí skokanovi zrýchlenie, ktoré sa počas pohybu mení podľa vzťahu:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg - k(y - L)}{m} = g - \frac{k}{m}(y - L)$$

Z energetického hľadiska sa skokan okrem potenciálnej energie tiažovej a kinetickej energie vyznačuje ešte potenciálnou energiou pružnosti, ktorá je úmerná druhej mocnine predĺženia lana:

$$E_{\text{ppruz}} = \frac{1}{2}k(y - L)^2 \quad E_p = -mgy \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Celkový súčet energií musí byť opäť rovný nule.

Ak sa guma natiahne do svojej maximálnej dĺžky y_{max} , v tomto bode rýchlosť nadobúda nulovú hodnotu a teda aj kinetická energia sa rovná nule. Potenciálna energia tiažová sa premení na potenciálnu energiu pružnosti. Pre energie v tomto prípade platí:

$$\frac{1}{2}k(y_{\text{max}} - L)^2 = mgy_{\text{max}}$$

Z posledného vzťahu vyplýva, že pri známej výške y_{max} , (napríklad výška žeriava, resp. mosta, z ktorého sa skáče nad zemou), dĺžke lana L a hmotnosti skokana m musí byť z bezpečnostného hľadiska tuhosť lana minimálne

$$k = 2mg \frac{y_{\text{max}}}{(y_{\text{max}} - L)^2}.$$

Matematické modelovanie pohybu bungee skokana

Na vytvorenie modelu pohybu bungee skokana využijeme program CO-ACH a model vytvoríme metódou dynamického modelovania. V postupnom slede časových krokov určujeme výslednú silu pôsobiacu na skokana

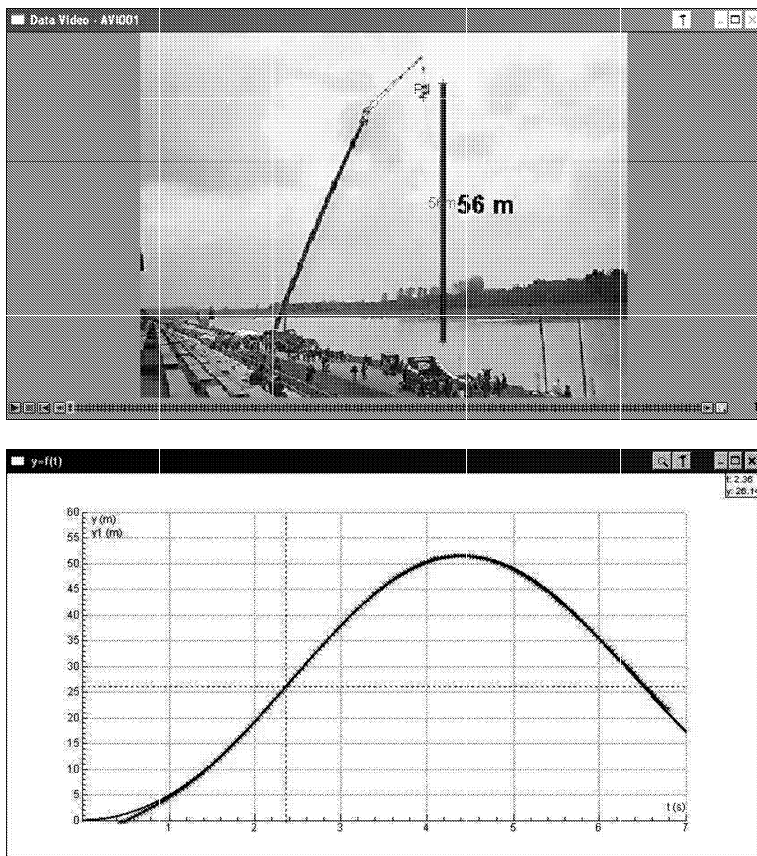
a z nej vyplývajúce zrýchlenie, rýchlosť a polohu. Program môžeme doplniť aj o výpočet energií, príp. o pôsobenie sily odporu, ktorá pohyb skokana počas pohybu brzdí.

Tab 1 Matematický model pohybu bungee skokana vytvorený v systéme COACH

Model	Počiatkové hodnoty a konštanty
t=t+dt	dt=0.001
if y<L then Fp=0 else Fp=-k*(y-L)	t=0
endif	m=50
Fo=-r*sign(v)*sqr(v)	g=9.81
F=FG+Fp+Fo	k=40
a=F/m	v=0
v=v+a*dt	y=0
y=y+v*dt	L=20
Eptiaz=Eptiaz+(-FG)*v*dt	Eptiaz=0
if y<L then Eppruz=0 else Eppruz=Eppruz+(-Fp)*v*dt	Eppruz=0
endif	Ek=0
Ek=0.5*m*sqr(v)	FG=m*g
	r=0.05

Videomeranie pohybu bungee skokana

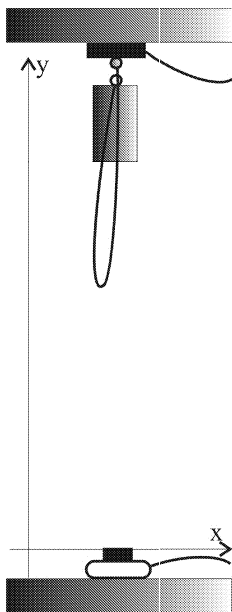
Ako to vyzerá pri reálnom bungee jumpingu je možné overiť na vopred pripravenom videoklipes pohybu bungee skokana. K tomu je potrebné najskôr stanoviť súradnicový systém a video okalibrovať, teda stanoviť mierku osí. Potom je možné videoklip prehrať a na každom snímku označiť polohu skokana, ktorá sa zaznamená do grafu $y = f(t)$. Z grafu $y = f(t)$ je možné vytvoriť ďalšie grafy $v(t)$, $a(t)$, resp. urobiť rozbor síl a energií, ktoré pôsobia na skokana počas skoku. Výsledok získaný videomeraním môžeme porovnať s vytvoreným matematickým modelom a vhodnou voľbou parametrov pohybu je možné dosiahnuť zhodu modelu s videoexperimentom



Obr. 2 Okno s videoklipom bungee skokana a graf závislosti polohy skokana získaný meraním na videoklipe (krížiková čiara) a matematickým modelom

Počítačom podporované laboratórne meranie bungee jumping

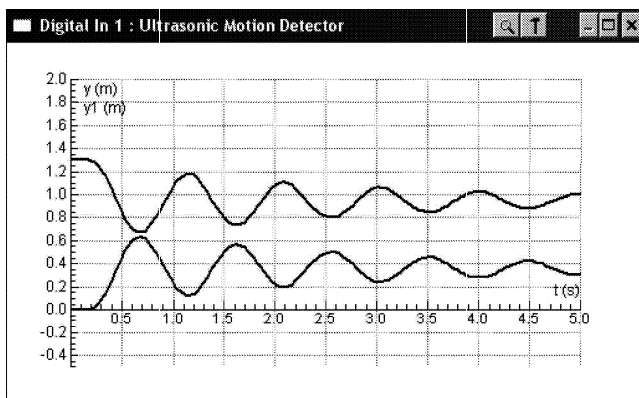
Bungee jumping modelujeme pohybom závažia zavesenom na pružnom gumenom vlákne. Naše merania boli realizované so závažím hmotnosti 0,5 kg zavesenom na vlákne dĺžky 13 cm. Počas pohybu závažia sme merali polohu a silu pôsobiacu na závažie počas pohybu systémom COACH vybaveným ultrazvukovým senzorom polohy a senzorom sily (obr. 3).



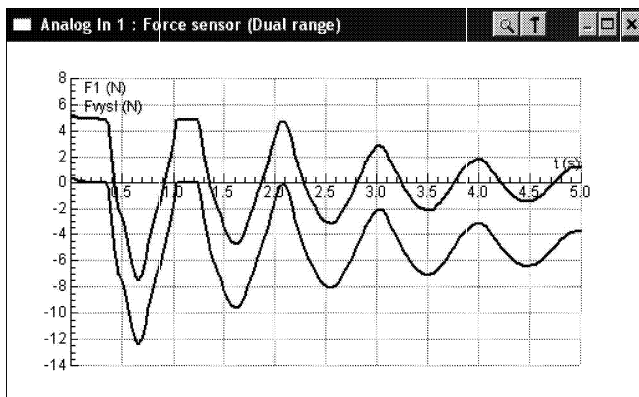
Obr. 3 Zostava experimentu

Senzor polohy bol počas merania umiestnený dole pod závažím, pričom hodnoty polohy závažia voči senzoru y sme pretransformovali tak, aby vzťažný bod bol umiestnený v mieste, odkiaľ bolo závažie pustené y_1 (obr. 4a).

Senzor sily meria silu, ktorou na neho pôsobíme. Najskôr sme senzor sily vynulovali v prípade, že je na ňom zavesené iba gumené vlákno. Ak naňho zavesíme závažie, meria silu, ktorou pôsobíme na vlákno a teda prostredníctvom vlákna na senzor. Podľa zákona akcie a reakcie je sila, ktorou pôsobí vlákno na závažie rovnako veľká. To znamená, že senzor sily sníma veľkosť sily, ktorou pôsobí vlákno na závažie, t.j. silu pružnosti vlákna F_1 . Výsledná sila pôsobiaca na závažie je súčtom sily pružnosti vlákna a tiažovej sily F_{vysl} (obr. 4b).

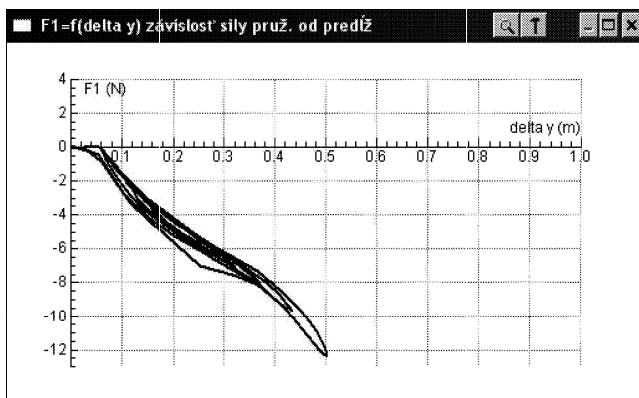


Obr. 4a Závislosť polohy závažia od času $y_1 = f(t)$ (spodná krivka)



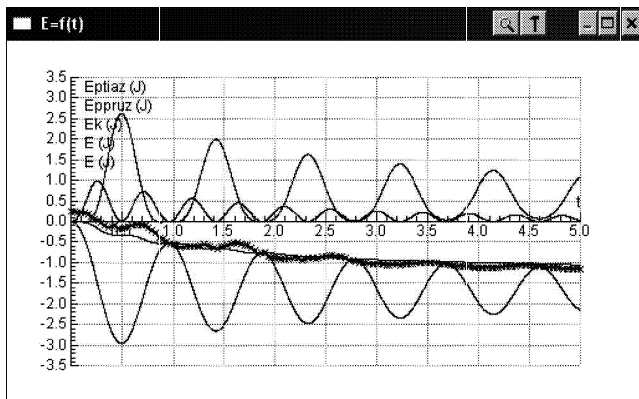
Obr. 4b Závislosť sily pružnosti od času $F_1(t)$ a výslednej sily pôsobiacej na závažie od času $F_{vysl}(t)$ (horná krivka)

Z nameranej závislosti polohy závažia od času (po vyhladení nerovností) je možné vytvoriť graf závislosti rýchlosti, resp. zrýchlenia od času. Z grafu závislosti sily pružnosti od predĺženia je možné určiť tuhosť gumeného vlákna ako smernicu tejto závislosti (obr. 5a).



Obr. 5a Závislosť sily pružnosti od predĺženia $F_1(t)$

Ďalej môžeme urobiť energetickú bilanciu pohybu vyčíslením kinetickej energie, potenciálnej energie tiažovej, potenciálnej energie pružnosti a celkovej mechanickej energie, ktorá by v prípade nulových strát mala byť nulová. Keďže v našom prípade dochádza počas pohybu k stratám energie, celková mechanická energia postupne klesá (obr. 5b).



Obr. 5b Závislosť kinetickej, potenciálnej energie tiažovej, pružnosti a celkovej mechanickej energie od času $E_k(t)$, $E_{ptiaz}(t)$, $E_{pp}(t)$, $E(t)$ (model vs reálny experiment)

Opäť podobne ako v prípade videomerania je možné porovnať matematický model s reálnym meraním a voľbou vhodných parametrov je možné ukázať zhodu experimentu s teóriou. Z obr. 5b vidieť dobrú zhodu celkovej mechanickej energie získanej matematickým modelovaním (hladká čiara) a experimentom (kriziková čiara) v laboratóriu.

Záver

V príspevku sme predstavili zaujímavý a pre žiakov určite atraktívny fyzikálny jav bungee jumping. Keďže teória bungee jumpingu je pomerne jednoduchá, žiak môže použitím vhodných počítačových nástrojov samostatne vytvoriť matematický model tohto javu. Tento teoretický model môže overiť aj experimentálne, napr. videomeraním na klípe pádu bungee skokana, resp. meraním v laboratóriu. Vhodnou voľbou parametrov modelu sa môže presvedčiť o správnosti svojej teórie. Všetky tieto aktivity (matematické modelovanie, videomeranie, reálne meranie s podporou

počítača) sú vhodné pre samostatnú činnosť žiakov v počítačom podporovanom laboratóriu.

PodĎakovanie

Príspevok vznikol ako súčasť riešenia projektu KEGA 3/6300/08 Interaktívne počítačom podporované aktivity ako prostriedok rozvoja kľúčových a predmetových kompetencií žiakov stredných škôl a ich implementácia do vyučovania fyziky.

Literatúra

- [1] *Biezeveld, H. 2003*: The Bungee Jumper: A Comparison of Predicted and Measured Values, In: The Physics Teacher, April 2003, 238–241.
- [2] *Horton, P. 2004*: Elastic experiment is licensed to thrill, In: Physics Education, July 2004, 326–328.
- [3] *Menz, P., G.1993*: The Physics of Bungee Jumping, In: The Physics Teacher, November 1993, 483–487.
- [4] Oficiálna stránka bungee jumping Slovensko, dostupné na: www.bungee.sk
- [5] *Moshe Elitzur, Bungee jumping*: The Forces, dostupné na: www.pa.uky.edu/~moshe/phy231/lecture_notes/bungee_forces.html
- [6] *Moshe Elitzur, Bungee jumping*: The Energies, dostupné na: www.pa.uky.edu/~moshe/phy231/lecture_notes/bungee_energy.html
- [7] Oficiálna stránka systému COACH, dostupné na: www.cma.science.uva.nl

Ročenka výzkumných prací

Aby bylo možné ve větší míře využít skutečnost, že časopis MFI je zařazen na seznam recenzovaných periodik vydávaných v České republice, uvažuje redakce MFI o vydání zvláštního tisku – *Ročenky výzkumných prací*, kde by byly uveřejněny výzkumné výsledky jak studentů doktorských studií, tak další práce vzniklé jako součást vědeckovýzkumných grantů apod. Do publikace budou zařazeny práce z oblasti didaktiky matematiky a didaktiky fyziky. Práce mohou být také v jazyce anglickém.

Podrobnosti o této připravované publikaci jsou na webu MFI: <http://www.mfi.upol.cz/>
