

FYZIKA

Teoretické úlohy celostátního kola 51. ročníku FO



Ve dnech 19. až 12. února 2010 se v Pelhřimově uskutečnilo celostátní kolo 51. ročníku Fyzikální olympiády (viz zprávu v MFI 19 (2010), č. 9, s. 573). V příspěvku uvádíme zadání i řešení teoretických úloh, jejichž autory jsou RNDr.

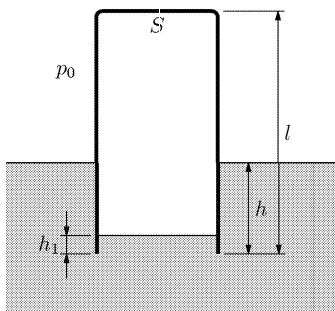
Ivan Charvát, CSc. (úloha 1), prof. Ing. Bohumil Vybíral, CSc. (úloha 4), 2. a 3. úloha jsou převzaty z časopisu Kvant. Konečnou úpravu úloh provedl PaedDr. Přemysl Šedivý.

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

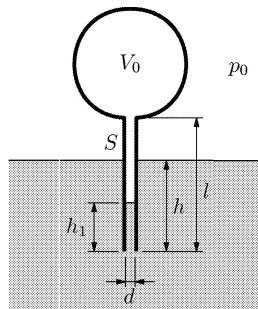
1. Zasouvání nádoby pod hladinu

- Do nádoby s vodou pomalu zasouváme válcovou nádobku obrácenou dnem vzhůru (obr. 1). Dno nádoby má obsah S , výška l nádoby je mnohem menší než výška H vodního sloupce, který by vyvolal hydrostatický tlak rovný barometrickému tlaku p_0 . Na počátku se nádobka dotkne hladiny a klesá až do hloubky $h = l$. Dokažte, že výška h_1 , do které vystoupí hladina vody uvnitř nádoby nad její okraj, je přibližně přímo úměrná hloubce h okraje nádoby pod okolní hladinou, a určete konstantu úměrnosti k_1 .
- Stejný pokus provedeme s baňkou s úzkým válcovým hrdlem délky $l \ll H$ a vnitřním průřezem o obsahu S (obr. 2). Objem baňky i s hrdlem je V_0 . Dokažte, že i v tomto případě je výška h_1 přibližně přímo úměrná hloubce h , a určete konstantu úměrnosti k_2 . Jaký musí být průměr d hrdla při daném objemu V_0 , aby platilo $h_1 \approx h/2$?

Úlohu řešte obecně a pak úlohu a) pro hodnoty $p_0 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $S = 50$ cm², $l = 20$ cm, úlohu b) pro hodnoty $p_0 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $l = 20$ cm, $V_0 = 1,00$ dm³. Hustota vody $\varrho = 998$ kg · m⁻³, vliv vodních par v nádobách zanedbejte.



Obr. 1



Obr. 2

Řešení

a) Zpočátku je v nádobce vzduch o objemu $V_0 = Sl$ a tlaku $p_0 = \varrho gH$. Jak nádobka pomalu klesá, probíhá izotermický děj, při kterém se tlak zvětšuje o hydrostatický tlak odpovídající rozdílu hladin a objem se zmenšuje. Podle Boylova-Mariottova zákona platí

$$V_0 p_0 = (V_0 - Sh_1)[p_0 + \varrho g(h - h_1)].$$

Dosažením a úpravou dostaneme

$$Sl \cdot \varrho gH = (Sl - Sh_1)[\varrho gH + \varrho g(h - h_1)],$$

$$lH = (l - h_1)(H + h - h_1) = lH + lh - lh_1 - Hh_1 - hh_1 + (h_1)^2,$$

$$h_1(H + l + h - h_1) = lh.$$

Protože $H \gg l > h > h_1$, můžeme v závorce veličiny l , h a h_1 zanedbat a dojdeme tak k aproximaci

$$h_1 \approx \frac{l}{H}h = k_1 h, \quad \text{kde} \quad k_1 = \frac{l}{H}$$

je konstanta úměrnosti. Pro dané hodnoty je

$$H = \frac{p_0}{\rho g} = 10,2 \text{ m}, \quad k_1 = 0,0196 \approx 0,02.$$

Hladina uvnitř nádoby vystoupí jen nepatrně. Pro maximální hodnotu $h = l = 0,2 \text{ m}$ je $h_1 = 4 \text{ mm}$.

4 body

b) Podobně budeme postupovat i v případě baňky s úzkým hrdlem. Platí

$$V_0 p_0 = (V_0 - S h_1)[p_0 + \rho g(h - h_1)].$$

Dosažením a úpravou dostaneme

$$V_0 \cdot \rho g H = (V_0 - S h_1)[\rho g H + \rho g(h - h_1)],$$

$$V_0 H = (V_0 - S h_1)(H + h - h_1) = V_0 H + V_0 h - V_0 h_1 - S H h_1 - S h h_1 + S(h_1)^2,$$

$$V_0 h = h_1(V_0 + S H + S h - S h_1) \approx h_1(V_0 + S H),$$

neboť členy $S h$ a $S h_1$ můžeme v závorce vedle V_0 a $S H$ zanedbat. Pak

$$h_1 \approx \frac{V_0}{V_0 + S H} h = k_2 h, \quad \text{kde} \quad k_2 = \frac{V_0}{V_0 + S H} = \frac{4V_0}{4V_0 + \pi d^2 H}$$

je konstanta úměrnosti.

4 body

Aby platilo $h_1 = h/2$, tj. $k_2 = 0,5$, musí být

$$d = \sqrt{\frac{4V_0}{\pi H}} = 11,2 \text{ mm}.$$

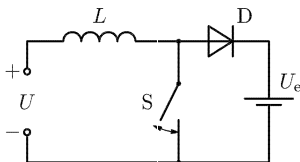
2 body

2. Nabíjení akumulátoru ze zdroje o menším napětí

K nabíjení akumulátoru o elektromotorickém napětí $U_e = 12,0 \text{ V}$ ze zdroje o svorkovém napětí $U = 5,0 \text{ V}$ a zanedbatelném vnitřním odporu použijeme obvod podle obr. 3 sestavený z cívky o indukčnosti $L = 1,0 \text{ H}$, diody D a přerušovače S , který se periodicky zapíná a vypíná ve stejných časových intervalech $\tau_1 = \tau_2 = 0,010 \text{ s}$.

- a) Určete a graficky znázorníte, jak se bude v závislosti na čase měnit proud procházející cívku.
 b) Určete střední hodnotu proudu nabíjejího akumulátoru.

Cívku a diodu považujte za ideální, vnitřní odpor akumulátoru zanedbejte.



Obr. 3

Řešení:

a) Po sepnutí kontaktů přerušovače začne cívku procházet proud i , který postupně roste a v cívce se indukuje elektromotorické napětí U_i stejně velké jako elektromotorické napětí zdroje a orientované opačným směrem. Platí

$$U_i = -L \frac{di}{dt} = -U \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{U}{L} = \text{konst.}$$

Proud cívku se tedy zvětšuje rovnoměrně a za dobu τ_1 dosáhne hodnoty

$$I_0 = \frac{U}{L} \tau_1 = 50 \text{ mA.}$$

Po rozpojení kontaktů začne proud v cívce klesat a indukované napětí je orientované stejně jako elektromotorické napětí zdroje a opačně než elektromotorické napětí akumulátoru. Proud prochází přes diodu do akumulátoru. Platí

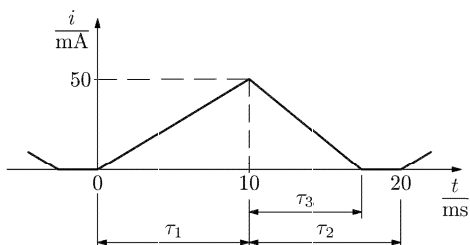
$$U_i = -L \frac{di}{dt} = U - U_e \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = -\frac{U_e - U}{L} = \text{konst.}$$

Proud se tedy bude zmenšovat lineárně podle vztahu

$$i = I_0 - \frac{U_e - U}{L} t.$$

Za dobu $\tau_3 = \frac{I_0 L}{U_e - U} = \frac{U}{U_e - U} \tau_1 = 0,00714 \text{ s} < \tau_2$ klesne na nulu a dioda přejde do závěrného režimu. Po uplynutí doby τ_2 se celý děj opakuje (obr. R1).

6 bodů



Obr. R1

b) Akumulátor se nabíjí po dobu τ_3 průměrným proudem $I_0/2$ a získá přitom náboj

$$\Delta Q = \frac{I_0}{2} \tau_3 = \frac{U^2 \tau_1^2}{2L(U_e - U)}.$$

Střední hodnota proudu nabíjejícího akumulátor je

$$I_{\text{stř}} = \frac{\Delta Q}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{\Delta Q}{2\tau_1} = \frac{U^2 \tau_1}{4L(U_e - U)} = 8,9 \text{ mA}.$$

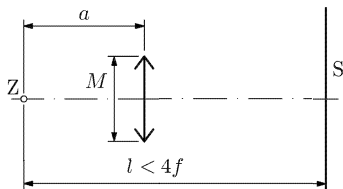
4 body

3. Skvrna

Bodový zdroj světla Z se nachází ve vzdálenosti l od stínítka S. Mezi zdroj a stínítko umístíme podle obr. 4 tenkou spojku o ohniskové vzdálenosti $f > l/4$ a průměru M .

- Zdůvodněte, proč na stínítku nemůže vzniknout ostrý obraz zdroje.
- Jaká musí být vzdálenost a čočky od zdroje, aby průměr m světelné skvrny na stínítku byl co nejmenší? Určete jeho velikost.

Sférickou vadu čočky zanedbáváme.



Obr. 4

Řešení:

a) Vznikne-li zobrazením reálného předmětu reálný obraz, platí $a > 0$, $a' > 0$. Jejich vzdálenost je $a + a'$. Ze zobrazovací rovnice tenké spojky plyne

$$a' = \frac{af}{a-f} > 0 \quad \Rightarrow \quad a > f, \quad a + a' = a + \frac{af}{a-f} = \frac{a^2}{a-f}. \quad (1)$$

Minimum tohoto součtu nalezneme užitím první derivace:

$$\frac{d(a + a')}{da} = \frac{2a(a-f) - a^2}{(a-f)^2} = \frac{a(a-2f)}{(a-f)^2} = 0 \quad \text{pro} \quad a = 2f.$$

Pro $a > 2f$ je derivace kladná, pro $a < 2f$ je záporná. Jedná se tedy o minimum. Minimální vzdálenost reálného obrazu od reálného předmětu je tedy

$$(a + a')_e = \frac{4f^2}{2f-f} = 4f > l.$$

Bodový reálný obraz zdroje tedy vznikne vždy až za stínítkem a na stínítku při každé poloze čočky vznikne světelná skvrna.

4 body

b) Položíme-li čočku přímo na stínítko, je $m = M$. Má-li se po oddálení čočky od stínítka průměr skvrny zmenšit, musí se svazek paprsků za čočkou sbíhat do reálného obrazu Z' za stínítkem (obr. R2). Ze vztahů (1) a z obrázku plyne

$$l > a > f, \quad \frac{m}{M} = \frac{a' + a - l}{a'} = \frac{\frac{af + (a-l)(a-f)}{a-f}}{\frac{af}{a-f}} = \frac{a^2 - al + lf}{af},$$

$$m = \frac{M}{f} \cdot \frac{a^2 - al + lf}{a}.$$

Minimum opět nalezneme užitím první derivace:

$$\frac{dm}{da} = \frac{M}{f} \cdot \frac{(2a - l)a - a^2 + al - lf}{a^2} = \frac{M}{f} \cdot \frac{a^2 - lf}{a^2} = 0 \quad \text{pro } a = \sqrt{lf}.$$

Pro $a > \sqrt{lf}$ je derivace kladná, pro $a < \sqrt{lf}$ je záporná. Jedná se tedy o minimum.

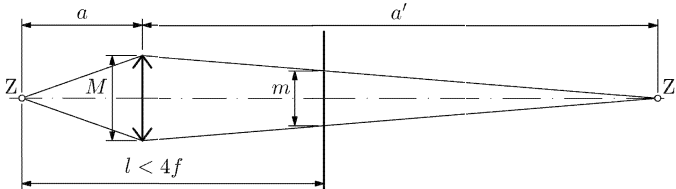
Poznámka: Z podmínky $f > l/4$ plyne $a > \sqrt{\frac{l^2}{4}} = \frac{l}{2}$.

Minimální průměr skvrny za výše uvedeného předpokladu $l > f$ je

$$m_{\min} = \frac{M}{f} \cdot \frac{lf - l\sqrt{lf} + lf}{\sqrt{lf}} = \frac{M}{f} (2\sqrt{lf} - l).$$

Jestliže $l \leq f$, pak po oddálení čočky od stínítka platí $a < f$, paprsky se za čočkou rozbíhají a skvrna se zvětšuje. Nejmenší průměr $m = M$ má, když je čočka položena na stínítku.

6 bodů



Obr. R1

4. Přistávání stíhačky

Stíhačka o hmotnosti $m = 6500$ kg přistává na vodorovné letecké ploše a dosedá na ni rychlostí $v_0 = 180$ km/h.

- V okamžiku dotyku s přistávací plochou pilot aktivuje brzdy, které na letoun působí silou o konstantní velikosti $F_0 = 9,0$ kN. Vypočítejte délku přistávací dráhy s_0 , zanedbáte-li aerodynamické odporové síly.
- Má-li stíhačka přistát na letišti s krátkou přistávací dráhou, musí pilot při dotyku s leteckou plochou kromě aktivace brzd podle bodu a) vystřelit 3 přistávací padáky. Pak je velikost celkové brzdící síly

$$F = F_0 + Av^2,$$

kde $A = 25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$. Vypočtěte velikost a_1 zpomalení letounu v počátečním okamžiku přistávání. Výsledek vyjádřete jako násobek tíhového zrychlení.

- c) Odvoďte funkční závislost $v = v(x)$ rychlosti stíhačky podle bodu b) na vzdálenosti x od místa dosednutí na letištní plochu.
d) Vypočtěte délku přistávací dráhy s_1 při použití přistávacího padáku.
e) Jaký průměr musí mít každý ze tří stejných padáků ve tvaru duté polokoule, aby konstanta A měla uvedenou velikost? (Součinitel odporu $C = 1,4$, hustota vzduchu $\varrho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.)

Řešení:

a) Jedná se o pohyb rovnoměrně zpomalený se zpomalením $a_0 = F_0/m$.
Přistávací dráha

$$s_0 = \frac{v_0^2}{2a_0} = \frac{v_0^2 m}{2F_0} = 900 \text{ m.}$$

1 bod

b) Počáteční brzdná síla bude mít velikost $F_1 = F_0 + Av_0^2$ a zpomalení

$$a_1 = \frac{F_0 + Av_0^2}{m} = 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 1,1g.$$

1 bod

c) V pohybové rovnici

$$m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = mv \frac{dv}{dx} = - (F_0 + Av^2)$$

provedeme separaci proměnných:

$$dx = - \frac{mv dv}{F_0 + Av^2}.$$

Integrujeme pro $x \in \langle 0, x \rangle$, $v \in \langle v_0, v \rangle$:

$$x = - \frac{m}{2A} \int_{v_0}^v \frac{2Av dv}{F_0 + Av^2} = \frac{m}{2A} \ln \frac{F_0 + Av_0^2}{F_0 + Av^2}. \quad (1)$$

Odtud

$$v = v(x) = \sqrt{\left(\frac{F_0}{A} + v_0^2\right) e^{-\frac{2A}{m}x} - \frac{F_0}{A}} = v_0 \sqrt{\left(\frac{F_0}{Av_0^2} + 1\right) e^{-\frac{2A}{m}x} - \frac{F_0}{Av_0^2}}. \quad (2)$$

Rychlost se zmenšuje podle exponenciály až k $v = 0$.

5 bodů

d) Délku přistávací dráhy určíme z (1) nebo (2) pro $v = 0$ a $x = s_1$:

$$s_1 = \frac{m}{2A} \ln \left(1 + \frac{Av_0^2}{F_0} \right) = 270 \text{ m.}$$

2 body

e) Podle Newtonova vzorce pro odporovou sílu platí pro koeficient A

$$A = 3 \cdot \frac{1}{2} C \frac{\pi d^2}{4} \varrho \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{8A}{3\pi\varrho C}} = 3,4 \text{ m.}$$

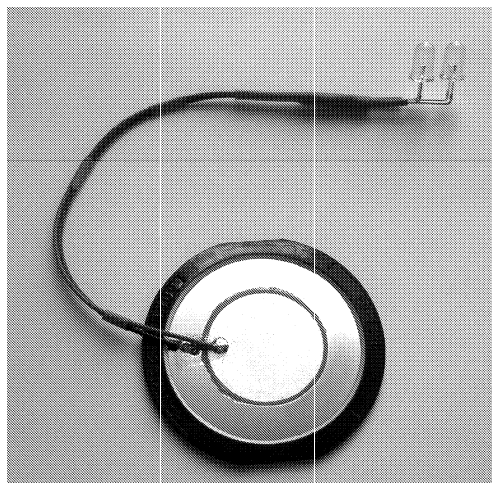
1 bod

Demonstrujeme piezoelektrický jev

JIŘÍ ERHART

Technická Univerzita, Liberec

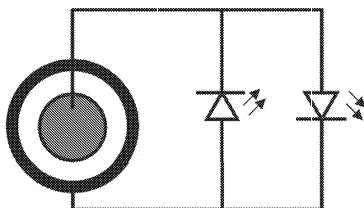
Piezoelektrina je velmi zajímavým příkladem přímé přeměny mechanického tlaku na elektrický náboj a napětí. Přímý piezoelektrický jev spočívá ve vytváření elektrických nábojů na určitých plochách krystalu při vhodně zvoleném směru mechanického tlaku. Tento jev si můžeme názorně demonstrovat pomocí jednoduchých piezoelektrických prvků běžně dostupných v obchodech s elektrotechnickými součástkami – např. piezoelektrické membrány použitelné pro piezoelektrické sirénky. Použijeme např. piezoelektrickou membránu – unimorf typu KPS-100 – obr. 1. Membrána je tvořena tenkým plechem o průměru 45 mm a tloušťce kolem 0,1 mm (např. mosaz nebo slitina NiFe) a tenkým plátkem piezoelektrické keramiky PZT o průměru 25 mm a podobné tloušťky. Membrána je na obvodu ještě vybavena plastikovým držákem sloužícím k jejímu mechanickému připevnění. Keramika je z obou stran elektrodována stříbrnou pastou



Obr. 1 Piezoelektrická membrána KPS-100 s připojenými LED diodami

a jednou plochou pevně nalepena na plech. Prohnutí plechu vede potom k průhybu také na keramickém prvku a ke generaci elektrického náboje a napětí.

Pro detekci piezoelektricky generovaného náboje užijeme některou z dostupných LED diod o průměru 5 mm s vyšším propustným napětím – např. modrá LED (typ OSUB5111A-RS, s propustným napětím 3,4 V) nebo bílá LED (typ OSPW53E1A-JK, s propustným napětím 3,4 V). Při použití LED diody s menším propustným napětím je vzniklý náboj v okamžiku otevření diody menší a „bliknutí“ diody je tak méně zřetelné. Diody připojíme k membráně paralelně v opačném směru proti sobě (obr. 2).

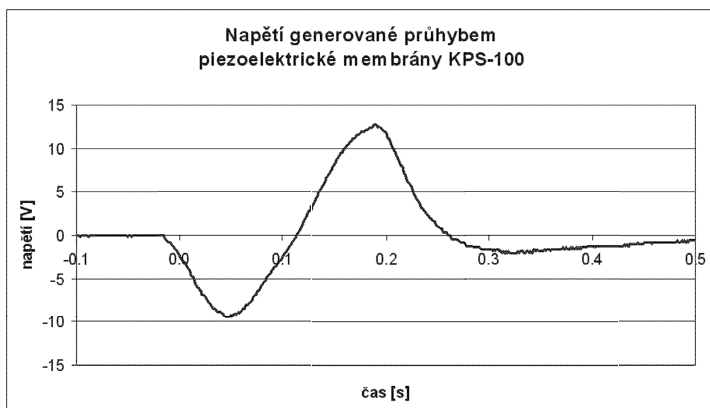


Obr. 2 Zapojení LED diod na piezoelektrické membráně

Při prohnutí membrány v jednom směru (např. tah v piezoelektrickém keramickém prvku) je otevřena jen jedna z diod a náboj protéká touto diodou. Při mechanické deformaci v opačném smyslu (tlak v keramickém piezoelektrickém prvku) je potom otevřena druhá dioda a náboj protéká druhou diodou. Při zatlačení na membránu a následném uvolnění tlaku tak vidíme postupně záblesk na první a pak druhé diodě. Takto je pěkně demonstrován lineární charakter piezoelektrického jevu, kdy je vzniklý náboj přímo úměrný mechanickému napětí

$$\frac{Q}{S} = d \cdot T,$$

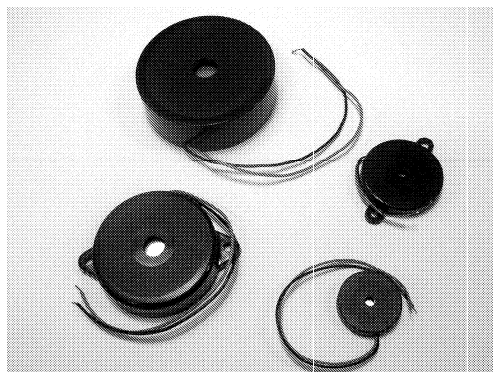
kde Q je postupně generovaný náboj, T je působící mechanické napětí, d je nábojový piezoelektrický koeficient pro piezoelektrickou keramiku a S je plocha keramického prvku. Použitá piezoelektrická keramika PZT má nábojový koeficient přibližně $d = 200 \text{ pC/N}$. Velikost piezoelektricky generovaného napětí vyvolaného malou deformací membrány je zobrazena na obr. 3 a dosahuje hodnot 10 V. Použitá membrána má kapacitu 65 nF a během maxima napětí tak je nabita nábojem 650 nC a v její mechanické deformaci je uložena energie 3 μJ převedená piezoelektrickým jevem na elektrickou formu.



Obr. 3 Piezoelektricky generované napětí při průhybu a uvolnění membrány KPS-100. Měřeno na osciloskopu

Piezoelektrická membrána může posloužit také pro demonstraci principu (nízkofrekvenčního) senzoru zrychlení – akcelerometru. Pokud celou

membránou lehce ťukneme o podložku, uvidíme záblesk současně na obou připojených LED diodách. V principu jde ovšem o dva postupné záblesky, následující však ve velmi krátkém časovém intervalu. Při ťuknutí membránou o podložku dochází k její deformaci a mechanickým kmitům s typickou časovou periodou odpovídající vlastní frekvenci kmitů membrány. Vzhledem k rozměrům membrány je tato frekvence několik stovek Hz. Deformace piezoelektrického prvku opačného znamení (tah, tlak) během následujících půlperiod kmitu nastávají po sobě během několika milisekund. Tento časový interval však není naše oko schopno rozlišit a tak pozorujeme dva „současné“ záblesky. Na tomto principu pracují nízkofrekvenční piezoelektrické akcelerometry, pro které se používá kruhová nebo pravoúhlá piezoelektrická membrána (*bimorf*). Citlivost akcelerometru se dá dále zvýšit zatížením membrány tzv. seismickou hmotou. Náboj vzniklý na membráně se elektronicky zesiluje a kalibruje na hodnotu zrychlení. Piezoelektrický akcelerometr je zcela nezávislý na vnějším napájení a nepotřebuje žádný vnější zdroj (baterii). Na stejném principu lze také z vibrací piezoelektrického prvku „sklízet“ mechanickou energii a přímo ji měnit na elektrickou formu – tzv. „*energy harvesting*“. Tato energie je ovšem relativně velmi malá a tak může být použita jen pro napájení zařízení s malou spotřebou.



Obr. 4 Piezoelektrické membrány v rezonanční skříňce – piezoelektrické sirénky

Piezoelektrickou membránu můžeme využít také pro demonstraci obráceného piezoelektrického jevu, kdy aplikace střídavého elektrického napětí vede ke střídavé mechanické deformaci membrány. Při použití akustických frekvencí v rozsahu 16 Hz – 20 kHz vydává membrána slyšitelný zvuk.

Největších hladin akustické intenzity dosahujeme pro buzení membrány na vlastní rezonanční frekvenci jejích kmitů. Pro zesílení akustické intenzity se membrána také umísťuje do rezonanční skříňky, tzv. Helmholtzova rezonátoru – obr. 4. Takováto piezoelektrická sirénka snadno dosáhne hladiny akustické intenzity 100 dB ve vzdálenosti několika centimetrů na ose skříňky. Pro napájení membrány postačí obyčejný tónový generátor (generátor funkcí) s amplitudou signálu do 10 V. Více o parametrech piezoelektrických membrán v přehledném článku [1].

L i t e r a t u r a

- [1] *Půlpán, P. – Erhart, J.*: Parametry piezoelektrických unimorfů, *Elektro* 1/2005, str. 4–6.

Elektronická sbírka řešených úloh z fyziky

ZDEŇKA KOUPILOVÁ – DANA MANDÍKOVÁ

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

1. Úvod

V následujícím článku je prezentovaná elektronická sbírka řešených úloh z fyziky. Tato sbírka je určena vysokoškolským studentům k opakování a prohloubení učiva v základních kurzech fyziky a studentům středních škol se zájmem o fyziku k rozšiřování a procvičování dovednosti řešit fyzikální úlohy či k přípravě na přijímací zkoušky na VŠ. Do sbírky začínáme postupně zařazovat i jednodušší úlohy vhodné pro žáky základních škol a nižších gymnázií.

Sbírka obsahuje podrobná komentovaná řešení všech úloh, komentáře a strukturované nápovědy, které čtenářům pomáhají při samostudiu a vedou je k aktivnímu přístupu a plnému pochopení dané úlohy. Podobně

koncipovanou rozsáhlejší sbírku fyzikálních úloh se nám nepodařilo v dostupných českých, ani zahraničních zdrojích nalézt.

2. Jak sbírka vypadá

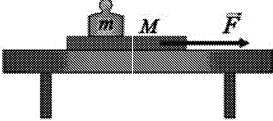
Sbírku jsme se snažili navrhnout tak, aby svoji přehledností a jednoduchou obsluhou vyhovovala převážně většině uživatelů a zároveň podporovala aktivní přístup čtenáře k řešení úlohy. Druhým hlediskem při návrhu struktury byla dostatečně velká univerzálnost a flexibilita celé struktury. Kromě velkého důrazu na kvalitu uživatelského rozhraní jsme také kladli důraz na to, aby zadávání úloh do sbírky bylo pohodlné a časově a technicky co nejméně náročné.

Stránka s úlohou, tak jak ji vidí uživatel, je rozdělena na několik částí. V levé části se nachází rozbalovací menu se seznamem úloh (tvoří obsah a zároveň rozcestník sbírky). Úlohy v jednotlivých tématických celcích jsou členěny do kapitol a podkapitol. Samotná úloha se zobrazuje v pravé části stránky. Pod zadáním úlohy jsou pod sebou umístěny „rozklikávací“ lišty s názvy jednotlivých oddílů, ze kterých se skládá řešení úlohy. Požadovaný oddíl se zobrazí vždy přímo pod příslušnou lištu a poklepáním na lištu jej lze opět zavřít. Čtenář tedy nevidí přímo celé řešení úlohy.

Úlohy jsou označeny podle náročnosti příslušnou kategorií (ZŠ, SŠ, SŠ+ a VŠ). Pokud se úloha řeší nějakým méně obvyklým způsobem, může být zařazena do jedné ze speciálních kategorií – úloha řešená graficky, úloha řešená úvahou, komplexní úloha, úloha řešená neobvyklým „trikem“ a úloha s vysvětlením teorie.

Každá úloha má svůj slovní *název* výstižně popisující, čeho se úloha týká. *Zadání* úloh je přehledné, jasně formulované a snažíme se, aby zadané hodnoty veličin byly realistické. V jednotlivých kapitolách jsou úlohy řazeny jednak tématicky a v rámci jednoho tématu potom podle stoupající obtížnosti. Jak bylo napsáno výše, vlastní řešení úlohy je členěno na jednotlivé *oddíly*. První oddíly obsahují obvykle *nápovědy*, jež jsou psány tak, aby pomohly řešitelům v začátcích a zároveň motivovaly k samostatnému řešení úlohy. Další součástí úlohy bývá *rozbor*, ve kterém je slovně shrnutý postup (strategie) řešení úlohy. Každá úloha obsahuje podrobné komentované *řešení*, kde je postup popsán „krok po kroku“. Snahou je nevynechávat žádnou logickou operaci a podrobněji rozepisovat všechny složitější matematické úpravy, aby i čtenář s horší matematickou průpravou porozuměl jednotlivým krokům. Řešení jsou uváděna včetně zápisu veličin, převodu jednotek, číselného dosazení a výpočtu. Pro přehlednost

je u všech úloh uveden oddíl *odpověď* umožňující uživatelům rychlou kontrolu při samostatném počítání. Pokud je to vhodné, je v *komentáři* úlohy uveden alternativní postup či poznámky k realističnosti zadání úlohy, další možné varianty zadání, různé zajímavosti apod. Související úlohy jsou mezi sebou provázány pomocí *odkazů*. Pořadí jednotlivých oddílů v řešení úlohy není pevně dáno a záleží na tvůrci a povaze úlohy, jak budou oddíly seřazeny.

Sbírka řešených úloh z fyziky			
Mechanika		Mechanika	Elektřina a magnetismus
			Kvantová mechanika
O sbírce Příklady - Kinematika hmotných bodů (1S) - Dynamika hmotných bodů (1S) - Auto s konstantní brzdící silou (VS) - Kostka ledu a časově proměnlivá síla (VS) - Auto a brzdící síla přímo úměrná rychlosti (VS) - Kulička v medu (VS) - Brzdící automobil (SS+) - Dívka táhne saňky po zasněženém chodníku (SS) - Saňky na zasněženém svahu (SS+) - Bedna na nakloněné rovině s kladkou (SS) - Nakloněná rovina - tři tělesa (SS) - Bedna na nakloněné rovině (SS) - Dva kvádry na nakloněné rovině (SS+) - Čtyři kostky se třemi pružinami (SS+) Závaží na desce (SS+) - Revná kladka (SS) - Kladkostroj (SS) - Člapek na kladce (SS+) - Vozík na vzduchové dráze (SS) - Kostky spojené vláčky (SS+) - Hybnost, práce, energie a výkon (SS) - Mechanika tuhého tělesa (0) - Mechanika kontinu (0) - Gravitační pole (0)		Závaží na desce Na stole leží deska hmotnosti $M = 1 \text{ kg}$ a na desce závaží o hmotnosti $m = 2 \text{ kg}$. Jakou minimální konstantní sílu musíme vyvíjet na desku, aby vyklouzla spod závaží? Koeficient smykového tření mezi deskou a stolem je $f_1 = 0,35$; a koeficient klidového tření mezi závažím a deskou je $f_2 = 0,5$.  Rozbor - Rozmyslíme si, jaká je kritická podmínka pro to, aby deska vyklouzla spod závaží. Nejprve zatahneme za desku malou silou F. Závaží se rozejde spolu s deskou. Jaká síla udělá závaží zrychlení při rozejdu? Závaží se rozejde díky působení klidové třecí síly mezi ním a deskou. Velikost této třecí síly je rovna: $F_{t2} = ma$ - Zvětšíme-li sílu, kterou zatahneme za desku, bude zrychlení, se kterým se rozejde, větší. Aby se s deskou rozejelo i závaží, musí zapůsobit větší třecí síla. Maximální hodnota, které může klidová třecí síla dosáhnout, je: $F_{t2max} = mgf_2$ Zatahneme-li za desku takovou silou F, že zrychlení, se kterým se deska začne rojíždět, je větší, než zrychlení, jaké může udělat závaží maximální klidová třecí síla, desku vyškubneme. Pro maximální zrychlení, které můžeme desce se závažím udělat, aby na ní závaží zůstalo, tedy platí: $ma_{max} = mgf_2$ - Maximální zrychlení, které lze desce udělat, známe. Hledanou sílu pak můžeme vyjádřit, když si rozeepíšeme pohybovou rovnici pro desku. Nápověda 1 - síly působící na desku a závaží Nakreslete si obrázek a v něm vyznačte všechny síly působící na desku a na závaží.	

Uvedeným členěním úloh i technickým řešením sbírky, zejména skutečností, že při otevření dané úlohy nejsou všechny části řešení přímo zobrazeny na obrazovce, se snažíme vést čtenáře k aktivnímu přístupu a promýšlení jednotlivých kroků.

Dále si čtenář v rámci webového rozhraní může nastavit, aby se mu zobrazovaly pouze úlohy požadované obtížnosti a případně i vybraného typu.

3. Technické řešení sbírky

Texty a ostatní součásti úloh se ukládají do databáze ve speciálním formátu, který vychází z jazyka XHTML. Vzorce jsou sázeny ve formátu LaTeX a na obrázky převáděny při načítání stránky pomocí cgi skriptu Mimetex. Striktní oddělení vlastního textu a formátování umožní v budoucnu jednoduchý přechod na případné novější způsoby zobrazování webových stránek. Vlastní zadávání úloh je prováděno pomocí webového rozhraní, které umožňuje editovat nejenom vlastní texty úloh a výše popsané doprovodné informace o úloze (obojí je ukládáno do databáze MySQL), ale také obrázky a další doprovodné soubory (jako zdrojové soubory obrázků ve vektorovém formátu, podklady pro tvorbu grafů apod.). Obě rozhraní sbírky – uživatelské určené čtenářům i administrační pro zadávání úloh – jsou naprogramovány v jazyce PHP s využitím JavaScriptu.

4. Současný stav sbírky

Celá sbírka v současné době obsahuje přibližně 80 úloh z mechaniky, 165 úloh z elektřiny a magnetismu, 60 úloh z molekulové fyziky a termodynamiky a v přípravě je 25 úloh z kvantové fyziky. Dále je do formátu sbírky převedeno dalších 40 úloh z molekulové fyziky a termodynamiky, ke kterým jsou postupně dopracovávány nápovědy a tyto úlohy budou průběžně uveřejňovány. Většina úloh vzniká v rámci bakalářských a diplomových prací studentů učitelství fyziky. Tvorba úloh z mechaniky, elektřiny a magnetismu a molekulové fyziky a termodynamiky (zejména jejich technický převod do formátu sbírky) byla podpořena také v rámci řešení projektu FRVŠ F6 759/2008 a FRVŠ F6 788/2010.

Sbírka má v současnosti již i svou anglickou verzi a je připravena ve své uživatelské části na rozšíření i pro případné další jazyky. Důležité je, že do angličtiny bylo převedeno celé administrátorské rozhraní. Využívat sbírku a zadávat do ní úlohy mohou tedy i kolegové z jiných zemí. Pro účely prezentace sbírky v zahraničí bylo přeloženo do angličtiny 10 vybraných úloh a na překladech dalších úloh se pracuje.

Průběžně také monitorujeme, jak je sbírka využívána. Kromě sledování přístupů na web sbírky vytvořila Marie Snětinová v rámci své diplomové

práce dotazník zjišťující způsob, jakým návštěvníci sbírku používají i jejich náměty na její vylepšení.

5. Budoucnost sbírky

Během příštího roku chceme do sbírky zařadit úlohy z Teoretické mechaniky a vyzkoušet jejich propojení se studijním textem formou interaktivních odkazů. Průběžně doplňujeme úlohy do stávajících kapitol.

Rádi bychom navázali užší spolupráci se středoškolskými pedagogy, kteří v rámci používání sbírky ve výuce mohou získat cenné náměty na uzpůsobení sbírky praxi, při recenzování úloh by mohli přispět svými zkušenostmi k vylepšení textů jednotlivých úloh, ale také mohou poskytnout vhodné úlohy, které jsou pro studenty problematické a jejich komentované řešení ve sbírce by umožnilo studentům je podrobněji prostudovat.

Díky podpoře angličtiny i dalších jazyků bychom také rádi navázali užší spolupráci se zahraničím. Zatím vznikají úlohy v polštině.

I nadále chceme sledovat, jak studenti sbírku využívají i jejich názory na její použitelnost a přínos. To nám umožní sbírku v budoucnosti lépe uzpůsobovat požadavkům uživatelů.

6. Závěr

Elektronickou sbírku řešených úloh budeme i nadále rozšiřovat a zdokonalovat. Věříme, že se stane dobrým pomocníkem jak studentům, tak jejich učitelům.

Sbírka je dostupná na adrese <http://fyzikalniulohy.cz>, její anglická verze pak na adrese <http://physicstasks.eu> na katedrálním serveru KDF nejen studentům MFF UK, ale i širší veřejnosti. Náměty na další vývoj sbírky i připomínky k jejímu současnému stavu je možné zasílat na adresu: sbirka@kdf.mff.cuni.cz.