

INFORMATIKA

Grafické riešenie úloh lineárnej optimalizácie pomocou interaktívneho výučbového programu

DANKA BRUOTHOVÁ

Prírodovedecká fakulta UPJŠ, Košice

1. Úvod

Zatraktívnenie výučby matematiky a výzva k začleneniu informačno-komunikačných technológií do vyučovania nás viedli k vytvoreniu softvéru, ktorý môže zefektívniť vyučovací proces i samotné učenie sa žiakov. Interaktívny výučbový program GRULP II umožní študentom názornejšie prevedenie grafického riešenia úloh lineárnej optimalizácie (lineárneho programovania) a tým aj lepšie pochopenie grafického riešenia sústav lineárnych rovníc a nerovníc o dvoch neznámych, prípadne aj analytickej geometrie. Ďalšou výhodou použitia počítačov (najmä kvôli rozmanitosti triedy) je aj práca študentov podľa vlastného tempa a tiež aj väčšia praktickosť v porovnaní s klasickým znázorňovaním na papier.



Okrem nami vyvinutého programu existujú ďalšie programy, ktoré riešia úlohy lineárnej optimalizácie grafickou metódou. Jedným z nich je program MathProg, ktorý má interaktívne prvky, avšak je spustiteľný len pod operačným systémom MS DOS. Jeho anglická verzia je k dispozícii s knihou

[9]. Grafické riešenie úloh lineárnej optimalizácie s využitím programu MS Excel a grafického kalkulátora TI-83 popisujú články [5], resp. [4].

Grafická metóda riešenia úloh lineárnej optimalizácie v sebe zahŕňa grafické znázornenie daných lineárnych ohraničení (lineárnych rovníc a/alebo nerovníc), vymedzenie množiny prípustných riešení (teda určenie prieniku), zakreslenie priamky účelovej funkcie pre nejakú konkrétnu hodnotu a na základe posúvania tejto priamky určenie obrazu optimálneho riešenia a jeho výpočet. Zaujímavé úlohy riešené touto metódou môže čitateľ nájsť v článkoch [2], [3], v literatúre [5], [6], [7] a na internetovej stránke [1].

V tomto článku popíšeme riešenie jednej úlohy lineárnej optimalizácie pomocou programu GRULP II. Jednotlivé etapy grafickej metódy ilustrujeme na príklade z praxe prevzatého z článku [2].

2. Interaktívny výučbový program GRULP II

Ako pomocník pri samotnom grafickom riešení matematických modelov úloh lineárneho programovania môže poslúžiť interaktívny výučbový program **GRULP II** (Grafické Riešenie Úloh Lineárneho Programovania), ktorého slovenská verzia je k dispozícii na internetovej adrese <http://ics.upjs.sk/grulp> – časť GRULP II (anglickú verziu môže čitateľ nájsť na internetovej stránke [8]). Tento program za používateľa úlohy nerieši, iba ho odbreňuje od niektorých mechanických a rutinných činností. Každé podstatné rozhodnutie musí urobiť užívateľ sám a program následne overí, či rozhodol správne, prípadne ho upozorní na vzniknuté chyby. Riešenie je sprevádzané podrobným popisom, preto veríme, že s používaním nebudú mať študenti problémy.

Program GRULP II je určený na riešenie úloh lineárnej optimalizácie s dvoma neznámymi. Program predpokladá nezápornosť týchto premenných, čo sa prejaví tým, že celé riešenie v rovine sa zužuje na I. kvadrant súradnicovej sústavy. Toto obmedzenie viacmenej vyplýva z praxe. Často sa totiž vyskytujú situácie, keď je potrebné zistiť napríklad množstvo nejakých produktov, ktoré je potrebné vyrobiť za nejakých podmienok, pričom sa požaduje maximálny zisk alebo minimálne náklady.

Vstupom programu je matematický model konkrétnej úlohy lineárneho programovania, teda koeficienty jednotlivých ohraničení a koeficienty účelovej funkcie. Následne s asistenciou užívateľa program zobrazí množinu prípustných riešení a priamku účelovej funkcie. Užívateľ má možnosť túto priamku posúvať, pričom sa mení hodnota účelovej funkcie, čo pomôže

študentom pri hľadaní optimálneho riešenia. Nakoniec po správnych reakciách na kontrolné výzvy programu sa vypíše výsledok riešenia zadaného matematického modelu.

3. Riešenie matematického modelu pomocou programu GRULP II

Na nasledujúcom príklade ilustrujeme riešenie matematického modelu konkrétnej úlohy lineárnej optimalizácie pomocou interaktívneho výučbového programu GRULP II. Podrobnejšie popíšeme jednotlivé fázy riešenia: zadanie matematického modelu, grafické znázornenie ohraničení, určenie množiny prípustných riešení, zakreslenie priamky účelovej funkcie, určenie množiny optimálnych riešení a nakoniec výpis výsledku riešenia matematického modelu. Ďalej sa venujeme interpretácii výsledku riešenia spätne do pôvodného zadania problému.

Uvedený príklad z bežného života je prevzatý z článku [2], ktorý obsahuje aj ďalšie zaujímavé úlohy, ktoré je možné riešiť pomocou programu GRULP II. Východiskový problém sa týka výroby šalátov, pričom je daný momentálny optimálny výrobný plán. Úlohou je určiť optimálny výrobný plán pri zmenených výrobných podmienkach.

Východiskový problém

Reštaurácia s rýchlym občerstvením má pri optimálnej výrobe chlebíčkov každý deň prebytky 6 kilogramov šunky, 2 kilogramy syra a 20 kilogramov zeleninovej zmesi. Z prebytkov chce vyrábať šunkový a syrovo-šunkový šalát tak, aby ich predajom čo najviac zarobila.

Na výrobu jedného kilogramu šunkového šalátu potrebuje 0,6 kg šunky a 0,4 kg zeleninovej zmesi. Kilogram syrovo-šunkového šalátu pripraví z 0,3 kg šunky, 0,2 kg syra a 0,5 kg zeleninovej zmesi. Predajná cena za jeden kilogram šunkového šalátu bola stanovená na 120 Sk a syrovo-šunkového na 140 Sk.

Momentálny optimálny výrobný plán

Za predpokladu, že všetok vyrobený šalát dokáže reštaurácia počas dňa predat', analytici vypočítali nasledujúci optimálny výrobný plán: reštaurácia má denne vyrábať 5 kilogramov šunkového a 10 kilogramov syrovo-šunkového šalátu a tak dosiahne ich predajom maximálnu tržbu 2 000 Sk.

Zmena výrobných podmienok

Zákazníci si šaláty pochvalovali. Tvrdili však, že by boli chutnejšie, ak by obsahovali aj tatársku omáčku. Reštaurácia teda podpísala zmluvu s miestnou mliekárňou, ktorá je ochotná dodávať denne 3 kilogramy tatárskej omáčky za cenu 270 Sk.

Ako by ste reštaurácii poradili s vylepšovaním šalátov?

Reštaurácia chce dosiahnuť čo najväčšiu tržbu z predaja vyrobených šalátov. Koľko ktorého šalátu je pre reštauráciu najvýhodnejšie vyrábať v tomto prípade? Zmení sa pôvodný optimálny výrobný plán za týchto podmienok?

Rozbor úlohy

V tejto úlohe by študenti mali doformulovať problém, teda odhadnúť alebo na základe vlastnej skúsenosti určiť, aké množstvá tatárskej omáčky spotrebujeme na prípravu jedného kilogramu šunkového a jedného kilogramu syrovo-šunkového šalátu. Zákazníci sú spokojní s pôvodnými šalátmi (len ich chcú obohatiť o tatársku omáčku), preto nový šunkový (respektíve syrovo-šunkový) šalát by mohol obsahovať napríklad 10 dekagramov tatárskej omáčky a 90 dekagramov pôvodného šunkového (resp. syrovo-šunkového) šalátu. Keďže nebudeme meniť pomer množstiev šunky, syra a zeleninovej zmesi obsiahnutých v jednom kilograme príslušného šalátu, tak v tomto prípade kilogram vylepšeného šunkového šalátu bude obsahovať 0,1 kg tatárskej omáčky, $0,6\text{kg} \cdot 0,9 = 0,54\text{ kg}$ šunky a $0,4 \cdot 0,9 = 0,36\text{ kg}$ zeleninovej zmesi. Po analogickom prepočte bude zloženie jedného kilogramu syrovo-šunkového šalátu nasledovné: 0,1 kg tatárskej omáčky, 0,27 kg šunky, 0,18 kg syra a 0,45 kg zeleninovej zmesi.

Pri tvorbe predajnej ceny ochutených šalátov musíme brať do úvahy náklady na kúpu tatárskej omáčky, pričom sa môžeme oprieť o cenu pôvodných šalátov. Predajná cena za jeden kilogram šunkového šalátu by teda mala byť minimálne

$$0,1\text{ kg} \cdot 90\text{ Sk} + 0,9\text{ kg} \cdot 120\text{ Sk} = 9 + 108 = 117\text{ Sk}.$$

Kilogram vylepšeného syrovo-šunkového šalátu by mal stáť minimálne

$$0,1\text{kg} \cdot 90\text{Sk} + 0,9\text{kg} \cdot 140\text{Sk} = 9 + 126 = 135\text{ Sk}.$$

Nie je prekvapujúce, že predajná cena šalátov klesla, keďže sme 10 dekagramov šalátu v hodnote 12 Sk (resp. 14 Sk) v oboch prípadoch nahradili tatárskou omáčkou v hodnote 9 Sk. Znižovanie cien však nedáva zmysel,

keďže sú zákazníci spokojní. Preto navrhujeme ponechať pôvodné ceny, alebo predajné ceny zvýšiť. Stanovme preto predajnú cenu za kilogram vylepšeného šunkového šalátu napríklad na 122 Sk a za kilogram syrovo-šunkového šalátu na 144 Sk.

Zostavenie matematického modelu úlohy

Označme x_1 – množstvo vylepšeného šunkového šalátu a x_2 – množstvo vylepšeného syrovo-šunkového šalátu vyrobeného za jeden deň (v kg). Potom sformulovaný problém (hľadané množstvá šalátov, obmedzenia na množstvá spotrebovaných surovín a tržbu) popisuje nasledujúci matematický model:

$$\begin{array}{ll}
 \text{chceme maximalizovať tržbu} & 122x_1 + 144x_2 \\
 \text{vzhľadom na obmedzené množstvo} & \\
 \quad \text{šunky} & 0,54x_1 + 0,27x_2 \leq 6 \\
 \quad \text{syra} & 0,18x_2 \leq 2 \\
 \quad \text{zeleninovej zmesi} & 0,36x_1 + 0,45x_2 \leq 20 \\
 \quad \text{tatárskej omáčky} & 0,1x_1 + 0,1x_2 \leq 3 \\
 \text{pričom} & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.
 \end{array} \quad (*)$$

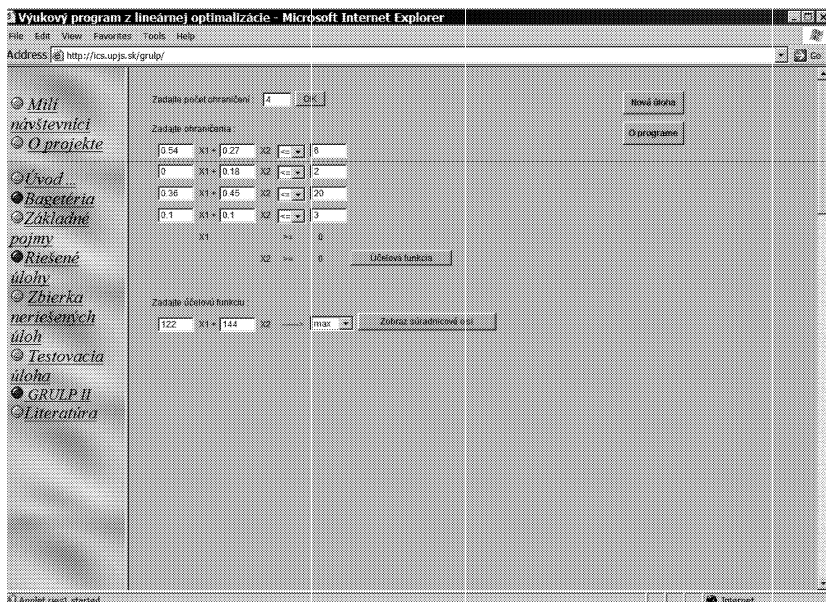
Kvôli uľahčeniu zadávania vstupu programu odporúčame napísať zostavený matematický model na tabuľu.

3.1. Zadanie matematického modelu

Vstupom programu je matematický model úlohy. Najprv je potrebné zadať počet ohraničení matematického modelu úlohy, ktorú ideme riešiť (obr. 1). Program automaticky predpokladá nezápornosť premenných x_1 , x_2 , takže v našom prípade zadáme počet ohraničení 4. Následne program vypíše formulár na zadanie koeficientov a absolútnych členov týchto štyroch ohraničení. Zároveň je potrebné vybrať prislúchajúci znak nerovnosti jednotlivých ohraničení. Chceme upozorniť užívateľov, že desatinné čísla je potrebné zadávať s desatinnou bodkou (nie desatinnou čiarkou).

Po kliknutí na tlačidlo s názvom „Účelová funkcia“ zadáme koeficienty účelovej funkcie a typ optimalizácie (max v prípade maximalizácie a min pre minimalizáciu). V našom prípade zvolíme možnosť max, keďže účelovú funkciu matematického modelu (*) chceme maximalizovať.

Chceme poznamenať, že všetky koeficienty a hodnoty absolútnych členov môžu byť zadávané aj v tvare zlomkov (čitateľ/menovateľ), desatinných čísel s konečným desatinným rozvojom a vo forme celých čísel.



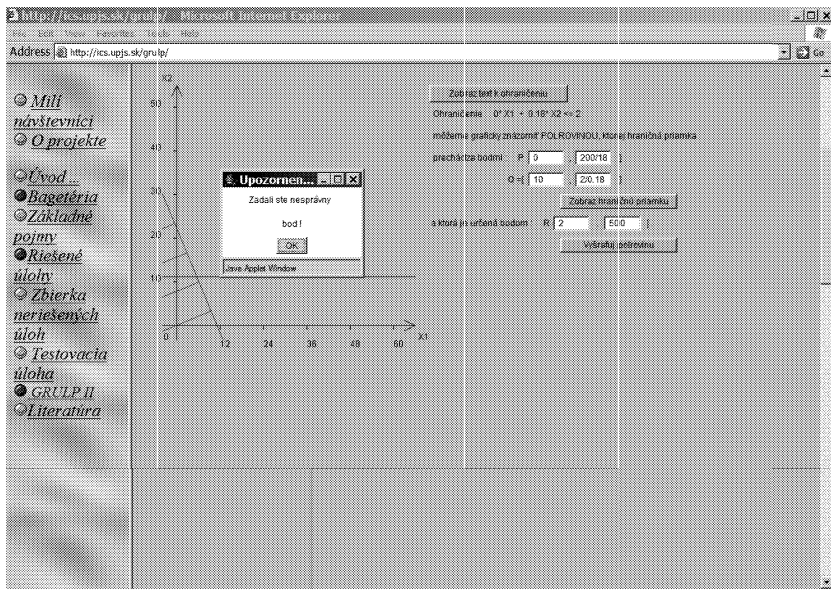
Obr. 1. Zadanie matematického modelu úlohy lineárnej optimalizácie

3.2. Grafické znázornenie ohraničení

Po zadaní matematického modelu klikneme na tlačidlo s nápisom „Zobraz súradnicové osi“. Zobrazí sa súradnicový systém s osami x_1 , x_2 a s mierkou prispôbenu koeficientom ohraničení. Ďalej program za asistencie užívateľa postupne graficky znázorní jednotlivé ohraničenia zadaného matematického modelu. Tie sú v našom prípade vyjadrené v tvare nerovníc, teda do súradnicovej sústavy sa zakreslia príslušné polroviny.

V nasledujúcej časti odporúčame riadiť sa pokynmi programu. Po kliknutí na tlačidlo s nápisom „Zobraz text k ohraničeniu“ sa zobrazí text, ktorý vyzve užívateľa, aby zadal súradnice dvoch bodov, ktoré určujú hraničnú priamku prvého ohraničenia (obr. 2). Súradnice požadovaných bodov môžu byť zadané v tvare zlomkov, desatinných či celých čísel. Po kliknutí na tlačidlo s nápisom „Zobraz hraničnú priamku“ program overí, či zadaný bod skutočne leží na hraničnej priamke daného ohraničenia. V prípade chybného vstupu program podfarbí zadané nevyhovujúce súradnice bodu (bodov). Výstražným okienkom tiež upozorní užívateľa, že zadal ne-

správny bod (body). V prípade vyhovujúcich súradníc program zakreslí do súradnicovej sústavy hraničnú priamku daného ohraničenia. Podobne sú v programe ošetrené všetky nesprávne kroky (vstupy) užívateľa, preto reakcie programu na ne nebudeme ďalej podrobnejšie rozoberať.



Obr. 2. Znáznorňovanie ohraničení matematického modelu

Po zobrazení hraničnej priamky je potrebné zadať súradnice bodu, ktorý leží v polrovine, ktorá odpovedá danému ohraničeniu. Súradnice takéhoto bodu nie je problém vyčítať zo zobrazeného súradnicového systému, preto vyžadujeme celočíselné súradnice. Následne je potrebné kliknúť na tlačidlo s nápisom „Vyšrafuj polovinu“. Program znova overí správnosť zadaných súradníc bodu a v pozitívnom prípade vyšrafuje polovinu, ktorá je grafickým riešením príslušnej nerovnice.

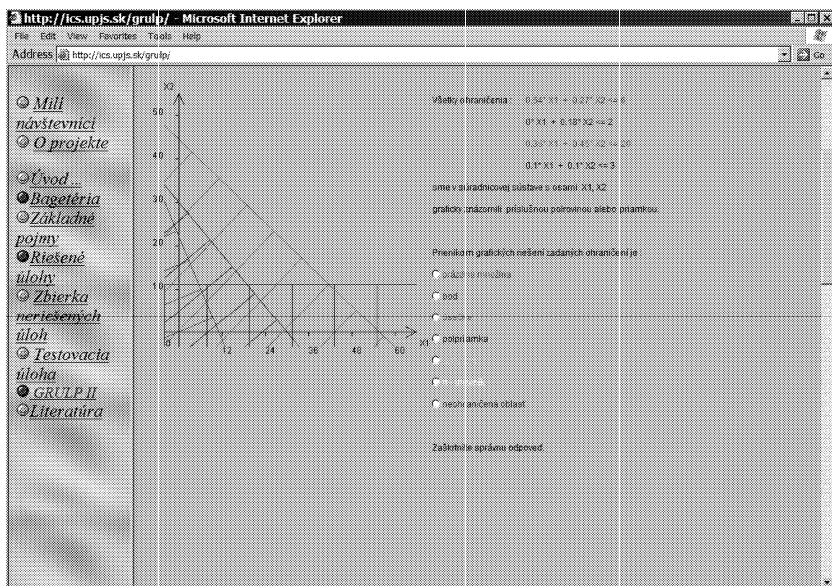
Užívateľ pokračuje v riešení kliknutím na tlačidlo s nápisom „ĎALŠIE OHRANIČENIE“. Znova sa zobrazí tlačidlo s nápisom „Zobraz text k ohraničeniu“ a postup sa analogicky opakuje ako pri prvom ohraničení. Takto program postupne rôznymi farbami znázorní všetky ohraničenia zadaného matematického modelu.

Chceme poznamenať, že znázornenie polrovín navzájom rôznymi farbami je zámerné. V etape určovania optimálneho riešenia toto farebné rozlíšenie uľahčí užívateľovi rozhodovanie (pozri podkapitolu 3.5).

3.3. Určenie množiny prípustných riešení

Po grafickom znázornení všetkých ohraničení matematického modelu je potrebné kliknúť na zobrazené tlačidlo s nápisom „PRIENIK“. Program vyzve užívateľa, aby určil, čo je prienikom grafických riešení zadaných ohraničení (obr. 3). Užívateľ si môže vybrať zo zoznamu všetkých možných prienikov, teda možných množín prípustných riešení: prázdna množina, bod, úsečka, polpriamka, priamka, n -uholník, neohraničená oblasť. V našom prípade je prienikom zobrazených polrovín štvoruholník, teda program overí, či bola zaškrtnutá voľba n -uholník.

Na tomto mieste je vhodné, aby učiteľ zdôraznil študentom, že každý vnútorný bod ako aj každý bod patriaci úsečkám ohraničujúcim tento štvoruholník, je jedným z prípustných riešení danej úlohy. Pre lepšie po-



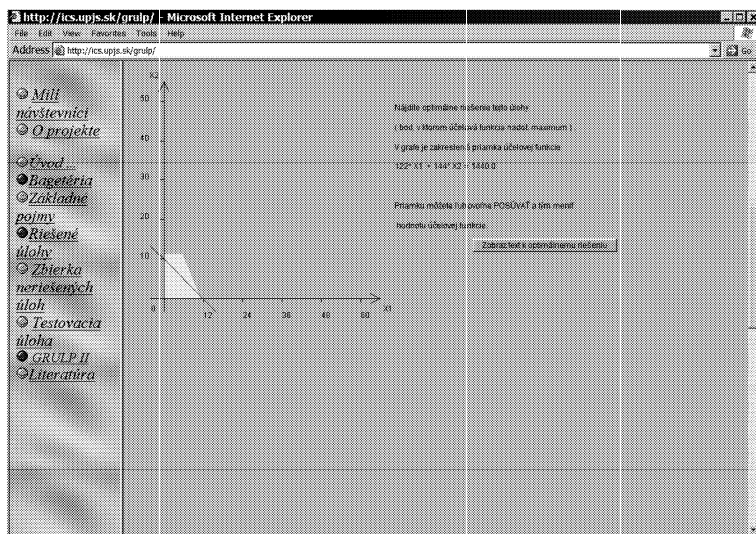
Obr. 3 Určenie množiny prípustných riešení

chopenie odporúčame venovať sa interpretácii grafického riešenia spätne do zadaného praktického problému. V našom prípade súradnice jednotlivých bodov množiny prípustných riešení (štvoruholníka) predstavujú také množstvá šunkového a syrovo-šunkového šalátu, ktoré dokážeme vyrobiť z daných obmedzených množstiev šunky, syra, zeleninovej zmesi a tatárskej omáčky.

Následne program vyzve užívateľa, aby klikol na tú oblasť grafu, ktorá je prienikom grafických riešení všetkých ohraničení. Po správnom kliknutí program vykreslí ďalší súradnicový systém, v ktorom je žltou farbou vyfarbený štvoruholník. Znázornený útvar predstavuje v našej úlohe množinu prípustných riešení.

3.4. Zakreslenie účelovej funkcie

Po zobrazení množiny prípustných riešení pokračujeme kliknutím na tlačidlo s nápisom „Zobraz text k účelovej funkcii“. Program si vyžiada konkrétnu hodnotu, pre ktorú znázorní priamku účelovej funkcie (zadajme napríklad 1 440). Po kliknutí na tlačidlo „Zakresli účelovú funkciu“ sa vykreslí príslušná priamka účelovej funkcie (obr. 4). Opäť navrhujeme so



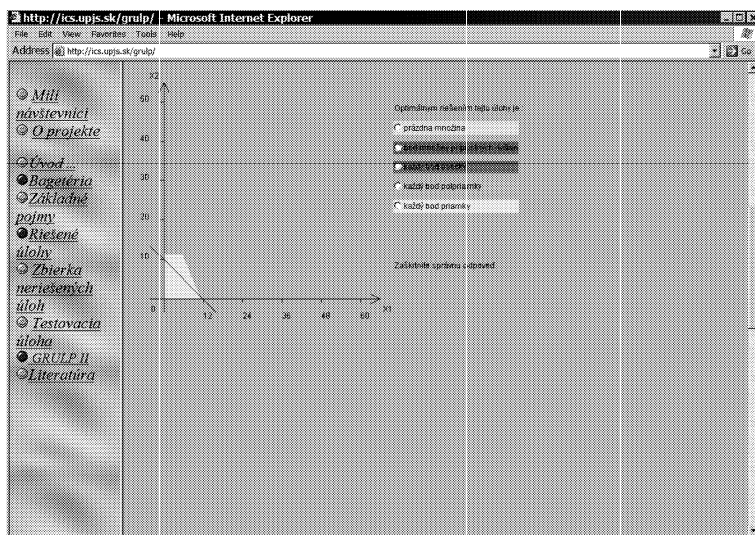
Obr. 4 Zakreslenie priamky účelovej funkcie

študentmi spätne interpretovať znázornenú situáciu: prienik tejto priamky a množiny prípustných riešení je množina tých prípustných množstiev šatlátov, ktorých predajom zarobíme práve zadané množstvo peňazí (v našom prípade 1 440 Sk).

Priamku účelovej funkcie je možné posúvať a interaktívne tým meniť hodnotu účelovej funkcie (zaokrúhlenú na jedno desatinné miesto). Súčasne napravo od grafu je zobrazený text s lineárnou rovnicou, ktorej absolútny člen sa mení v závislosti od posunutia priamky účelovej funkcie. Posúvaním priamky môžu študenti pomerne rýchlo zistiť, kedy sa hodnota účelovej funkcie zvyšuje a určiť tak, kedy dosiahne maximálnu možnú hodnotu (tá v našej úlohe zodpovedá maximálnej tržbe).

3.5. Určenie množiny optimálnych riešení

Po experimentovaní s posúvaním priamky účelovej funkcie je potrebné kliknúť na tlačidlo s nápisom „Zobraz text k optimálnemu riešeniu“. Program vypíše zoznam možných množín optimálnych riešení: prázdna množina, bod množiny prípustných riešení, každý bod úsečky, každý bod polpriamky, každý bod priamky (obr. 5). Užívateľ má za úlohu zaškrtnúť



Obr. 5 Určenie množiny optimálnych riešení

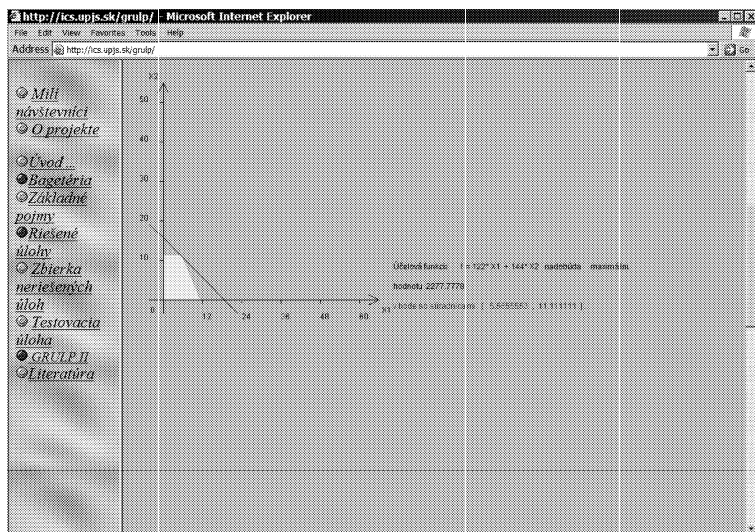
voľbu, ktorá zodpovedá množine optimálnych riešení danej úlohy. V našom prípade je správna voľba „bod množiny prípustných riešení“.

V ďalšej časti majú študenti z ponuky všetkých ohraničení vybrať tie, ktorých prienikom je tento optimálny bod. Program vypíše zoznam ohraničení vo farbách, akými boli zobrazované aj ich grafické riešenia na prvom grafe, čo študentom uľahčí rozhodovanie.

Učiteľ môže so študentmi diskutovať o tom, ako by výpočtom zistili súradnice optimálneho bodu v našom prípade. Študenti by si mali uvedomiť, že súradnice optimálneho bodu vypočítajú riešením sústavy rovníc, ktoré odpovedajú hraničným priamkam, ktorých prienikom je optimálny bod.

3.6. Výpis výsledku riešenia

Nakoniec, po správnom zaškrtnutí ohraničení, ktorých hraničné priamky sa pretínajú v optimálnom bode, program vypíše výsledok riešenia zadaného matematického modelu: optimálnu hodnotu účelovej funkcie a súradnice optimálneho bodu (obr. 6).



Obr. 6 Výpis riešenia matematického modelu úlohy lineárnej optimalizácie

Výsledok je vypísaný v tvare desatinného čísla zaokrúhleného na maximálne 7 desatinných miest. Chceme upozorniť užívateľov programu GRULP II, že pri zaokrúhľovaní reálnych čísel môžu nastať menšie nepresnosti vo vypísanom výsledku riešenia. Správny výsledok sa však väčšinou líši len v poslednej cifre číselného zápisu. Avšak, našim cieľom nebolo poskytnúť presný výsledok, ale skôr precvičiť etapy riešenia úloh lineárnej optimalizácie grafickou metódou a urýchliť, či sprehľadniť samotné riešenie. Taktiež chceme docieľiť, aby si študenti uvedomili, v ktorom bode súradnicového systému sa nadobúda optimálny bod a ako ho vypočítať. Presné súradnice optimálneho bodu totiž (vo väčšine prípadoch) dostaneme riešením príslušných sústav rovníc o dvoch neznámych. Ak teda poveríme študentov, aby zistili presné súradnice optimálneho bodu, mali by v našom prípade riešiť sústavu nasledujúcich dvoch rovníc o dvoch neznámych:

$$\begin{aligned}0,18x_2 &= 2, \\ 0,36x_1 + 0,45x_2 &= 20.\end{aligned}$$

Optimálny bod má potom súradnice $[50/9, 100/9]$. Presné riešenie matematického modelu je teda nasledujúce: „Účelová funkcia $f = 122x_1 + 144x_2$ nadobúda maximálnu hodnotu 20 500/9 v bode so súradnicami $[50/9, 100/9]$.“

Interpretácia výsledku riešenia

Pri interpretácii vyriešeného matematického modelu nesmieme zabudnúť od optimálnej tržby odčítať náklady na kúpu tatárskej omáčky. V našej úlohe sme predajné ceny stanovili na 122 Sk a 144 Sk za šunkový resp. syrovo-šunkový šalát. Optimálny zisk teda vyrátame ako $122 \text{ Sk} \cdot 50/9 \text{ kg} + 144 \text{ Sk} \cdot 100/9 \text{ kg} - 270 \text{ Sk} = 18070/9 \text{ Sk}$ (teda približne 2 007,70 Sk).

Po vyriešení matematického modelu spätne interpretujeme výsledok do prostredia zadanej úlohy:

Po doplnení denných dávok surovín o 3 kg tatárskej omáčky je pre reštauráciu výhodnejšie upraviť optimálny výrobný plán na približne 5,55 kg šunkového a 11,11 kg syrovo-šunkového šalátu. Z ich predaja získame približne 2 007 Sk.

Napriek tomu, že program vyžaduje zadanie účelovej funkcie bez absolútneho člena, vieme graficky riešiť aj úlohy s absolútnym členom. Priamka účelovej funkcie by v tomto našom prípade bola vyjadrená rovnicou

$122x + 144y - 270 = Z$, kde Z je nejaká hodnota účelovej funkcie. V spoločnej diskusii navrhujeme preskúmať, akú úlohu zohráva absolútny člen vo vyjadrení účelovej funkcie. Pre študentov by malo byť jednoduché zistiť, že neovplyvní súradnice optimálneho bodu, iba optimálnu hodnotu účelovej funkcie.

4. Záver

Cieľom článku bolo na jednoduchom príklade ukázať používanie programu GRULP II a ponúknuť tak učiteľom jeho využitie vo výučbe.

Článok [2] obsahuje ďalšie podobné úlohy zo života, na ktorých si môžu študenti aj pomocou popísaného programu GRULP II precvičiť danú problematiku grafického riešenia úloh lineárnej optimalizácie a tým aj grafické riešenie sústav lineárnych rovníc a nerovníc.

Úlohy lineárnej optimalizácie riešili pomocou programu GRULP II žiaci 9. ročníka základnej školy Kežmarská 30 v Košiciach a študenti 1. a 3. ročníka gymnázia Trebišovská 12 v Košiciach v školskom roku 2001/2002. V školskom roku 2004/2005 podobná výučba prebehla v 2. ročníku gymnázia sv. T. Akvinského v Košiciach. Žiaci a študenti pracovali s programom v dvojiciach, pričom študenti 2. a 3. ročníka bez pomoci učiteľa. Na základe vyhodnotenia realizovaných experimentov môžeme konštatovať, že s používaním popísaného programu nemali študenti väčšie problémy.

Ukázalo sa však, že by bolo vhodné zinteraktívniť program tak, aby priebežne počas riešenia matematického modelu bolo možné opraviť chybné zadaný koeficient v niektorom z ohraničení, prípadne vrátiť postup riešenia o krok späť. To by pomohlo vyhnúť sa situáciám, kedy užívateľ po nesprávnom vstupe musel znova zadať matematický model a od začiatku prechádzať všetkými fázami programu. Zaujímavé by tiež bolo doplniť program o automatický výpočet, ktorý by pomohol nielen učiteľom, ale aj študentom pri kontrole správnosti výsledku riešenia ľubovoľnej úlohy lineárnej optimalizácie s dvoma neznámymi. Ďalším vylepšením programu by mohlo byť jeho doplnenie o možnosť zadania účelovej funkcie aj s absolútnym členom.

Heuristickým riešením úloh lineárnej optimalizácie s využitím skúseností študentov pri formulácii problému, experimentovaním a počítačom podporovaným riešením problému chceme zefektívniť vyučovanie matematiky, urobiť matematiku pre študentov atraktívnejšou, prelomiť bariéru medzi stredoškolskou matematikou a každodenným životom. Prostredníctvom takýchto a podobných úloh zasadených do situácií praktického ži-

vota chceme motivovať študentov k používaniu matematického myslenia aj mimo školy.

Veríme, že náš výučbový program vďaka veľkej názornosti pomôže študentom komplexnejšie pochopiť grafické riešenie úloh lineárnej optimalizácie a umožní danú problematiku zvládnuť podstatne rýchlejšie ako klasickým spôsobom grafického riešenia napríklad na milimetrovom papieri.

Literatúra

- [1] <http://ics.upjs.sk/grulp>
- [2] *Timková, D.*: Analytická geometria verus lineárna optimalizácia. MFI 14 (2004/2005), č. 4, str. 198 – 212 a č. 5, str. 268 – 273.
- [3] *Timková, D.*: Prečo sa učíme lineárne nerovnice? MFI, 12 (2002/2003), č. 6, str. 327 – 339.
- [4] *Gosse, P.*: Linear programing with the TI-83 graphing calculator. Mathematics Teacher. Vol. 95, No. 2, February 2002, str. 150 – 154.
- [5] *Vavrinčíková, B.*: Využitie IKT v učive o lineárnej optimalizácii na gymnáziu. MIF, 21 (marec 2003), str. 17 – 19.
- [6] *Eichler, B. – Bukovský, K.*: Lineárne programovanie pre 3. ročník stredných ekonomických škôl. Bratislava, SPN 1981.
- [7] *Cechlárová, K – Semanišin, G.*: Lineárna optimalizácia. PF UPJŠ, Košice 1999.
- [8] <http://www.mathe-online.at/materialien/Danka.Timkova/>
- [9] *Hillier, F.S. – Lieberman, G.J.*: Introduction to Operations Research. McGraw-Hill, 1995 (Sixth Edition) (príloha: MathProg).

Konferenc „20 let Turnaje mladých fyziků“

Konference s mezinárodní účastí se uskuteční ve dnech 10. až 13. září 2007 na Pedagogické fakultě Univerzity Hradec Králové.

Záštitu nad konferencí převzali: rektorka UHK doc. RNDr. J. Mikulecká, CSc. a předseda Akademie věd ČR prof. RNDr. V. Pačes, DrSc.

Pořadatelé konference jsou: Katedra fyziky a informatiky PdF UHK, Český výbor Turnaje mladých fyziků, Fyzikální pedagogická společnost JČMF, AMAVET ČR a První soukromé jazykové gymnázium Hradec Králové.

Předseda konference doc. RNDr. Z. Kluiber, CSc., Ph.D., předseda Českého výboru TMF. Předseda mezinárodního vědeckého a programového výboru konference prof. RNDr. I. Volf, CSc.

Tematické okruhy konference: Pojetí soutěže a organizace soutěže, soutěžní úlohy a prezentace řešení úloh, hodnocení družstev a jednotlivců, národní a mezinárodní zkušenosti, perspektivy soutěže.

Konferenční poplatek: 30 USD, resp. 700 Kč. Ubytování: a) hotel – asi 45 USD/noc, b) kolej – 250 Kč.
