FYZIKA

Slévání a tuhnutí vody

VÁCLAV PISKAČ

Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno

Anomálie vody

Voda je látkou, se kterou je člověk běžně ve styku a proto ho většinou ani nenapadne, jak moc se liší od příbuzných sloučenin: vysoký bod tání, vysoký bod varu, velké povrchové napětí, velká viskozita (která navíc s rostoucím tlakem klesá), při tání zvětšuje svou hustotu, v rozmezí 0 °C až 4 °C její hustota s rostoucí teplotou vzrůstá, v malých kapkách může být podchlazena až na −70 °C (podle [1], kde je uvedeno dalších 37 odlišností a také jejich vysvětlení).

Změny objemu při tání a tuhnutí

Voda při tuhnutí na rozdíl od ostatních běžných látek zvětšuje svůj objem. Nejjednodušší demonstrací tohoto faktu je zamrzlá PET láhev. Stačí naplnit libovolnou PET láhev vodou, zašroubovat a vložit na 24 hodin do mrazáku. Tuhnoucí voda láhev silně zdeformuje (při pokusech s tlakováním PET láhve vzduchem dochází k podobným deformacím až při tlacích nad 300 kPa). Pokud zamrzne voda v Tetrapakové krabici se šroubovacím uzávěrem, krabice se roztrhne. V žádném případě nesmíte tyto pokusy provádět se skleněnou láhví! Čistit mrazák od skleněných střepů není příjemnou prací.

Jako domácí úlohu lze žákům zadat změření změny objemu vody při tuhnutí. Osvědčila se 20 ml injekční stříkačka, do které natáhnete 15 ml vody a vložíte do mrazáku (výstup pro nasazení jehly není nutno zatěsňovat). Stříkačka je z houževnatého plastu, takže ji led neroztáhne, zato ale posune píst stříkačky až ke značce 16 ml. To odpovídá nárůstu objemu o $1/15 = 7$ % (přesnější hodnota je 8,3 %).

Žáci většinou tuto vlastnost vody znají, netuší ale, že ostatní materiály se chovají opačně. Vhodnou demonstrací je použití vosku. Roztavte vosk v zavařovací sklenici ponořené ve vařící vodě a nalijeme ho do zkumavky. Během tuhnutí se povrch vosku výrazně propadne dolů – jeho objem poklesl.

Podobně lze předvést plování látky na vlastní tavenině – do jedné skleničky nalijte vodu a vhoďte kousek ledu – plove na hladině (to je ale vcelku známý fakt). Do další skleničky nalijte roztavený vosk a vhoďte kousek pevného barevného vosku – klesne ke dnu.

Regelace ledu

Regelace ledu bývá ve staré české literatuře (např. [2]) označována jako „slévání se". Jedná se o opětovné přimrznutí dvou oddělených kusů ledu. Velmi pěkný pokus popsaný ve [2] provedete následovně: vezměte dva větší kusy ledu (nebo rozbijte jeden velký) a vhoďte je do nádoby s horkou vodou (ne vařící, budete do ní namáčet ruce). Chytněte oba kusy ledu a v horké vodě je přitiskněte na chvíli k sobě – spojí se natolik pevně, že jeden zůstane viset na druhém.

Vysvětlení tohoto na první pohled překvapivého jevu je prosté – led, který neroztál, má teplotu stále pod bodem tuhnutí. Když k sobě přitisknete dva kusy ledu, tak vrstvička vody, která mezi nimi zůstala, není obklopena horkou vodou, ale chladným ledem – zmrzne. Oba kusy ledu přimrznou k sobě.

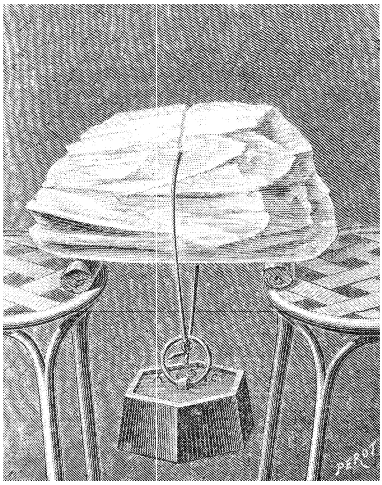
Snad každý učitel fyziky si při zaslechnutí slova „regelace" vybaví klasický pokus, kdy se tenký drát na koncích zatížený pomalu zařezává do bloku ledu a přitom se led v místech, kde struna prošla, opět spojí. Zde přetištěný ilustrační obrázek z [2] (obr. 1) byl převzal z francouzského časopisu „*La Nature*".

Moderní verzi téhož můžete provést tak, že konce tenké ocelové struny (lze koupit v obchodech s modelářskými potřebami) uchytíte do vršků od PET lahví a vršky přišroubujete na dvoulitrové PET lahve naplněné vodou.

U tohoto pokusu se ustálilo vysvětlení, že při zvýšeném tlaku klesá teplota tání ledu, pod drátem tedy led roztaje a za drátem se opět slije, neboť se tlak vrací na původní hodnotu. Podobný efekt funguje i u bruslí (proto musejí být zabroušené do hrany).

Autor tohoto článku se pokusil tento jev prozkoumat podrobněji. Jako první byl testován vliv tepelné vodivosti oceli. K pokusu bylo použito lanko

Dynastrong o průměru shodném s ocelovou strunou (je to pletené rybářské lanko z vlákna Dynema, které je vyráběno z GSP – Gel Spun Polyethylene – vlákno předené z gelové formy polyetylénu). Lanko Dynastrong lze zakoupit v obchodech s rybářskými potřebami.



Obr. 1

Na jeden blok ledu byla zavěšena jak ocelová struna, tak plastové lanko, obojí shodně zatížené. Ocel pomalu ale jistě procházela ledem, zatímco lanko se sice trochu zařezalo (asi 4 cm pod povrch), tam se ale jeho postup zastavil a lanko zamrzlo. Polyetylén je ve srovnání s ocelí tepelný izolant, čímž se vliv tepelné vodivosti oceli zdál být prokázaný.

V druhé fázi byl pokus zkoušen za nízké venkovní teploty. V dubnu 2005 byl k dispozici pouze prostor ledničky s +4 °C. Zde už mělo být ohřívání struny okolním vzduchem silně potlačeno, ale struna se přesto do ledu zařezala. Tím dostala teorie vlivu tepelné vodivosti značné trhliny.

Článek [3] se zabývá shodnou tématikou. Je zde uvedeno, že k poklesu teploty tání vody o 1 °C je nutno vyvinout tlak 14 MPa, přičemž podle výpočtu pod strunou vzniká tlak pouze 2 MPa, což by zajistilo pokles teploty tání o pouhou desetinu °C. Článek jev vysvětluje pomocí tzv. „povrchového tání“, jehož existenci předpověděl už v roce 1842 *Michael Faraday*. Podle této hypotézy existuje na povrchu pevných látek tenká vrstva

kapaliny i při teplotách pod teplotou tání (snižuje to její tzv. volnou energii povrchu). U ledu se jedná o vrstvičku o tloušťce 40 nm při teplotě 0 °C a o tloušťce 0,5 nm při teplotě −35 °C. Tato vrstvička je příčinou průchodu struny ledem i snadného bruslení na ledové ploše při teplotách těsně pod bodem mrazu. Při arktických zimách, kdy teplota vzduchu klesá na −35 °C, na ledě prakticky bruslit nelze – má příliš tenkou povrchovou vrstvu kapalné vody – brusle nekloužou.

To, že výše uvedená hypotéza je akceptovatelným vysvětlením experimentu, potvrdily i experimenty *R. R. Gilpina*, který pokus v roce 1980 opakoval s použitím velmi malých sil působících na strunu (tzn. snížení teploty tání bylo možno zanedbat) a při teplotě pokusné aparatury udržované pod 0 °C. I při těchto podmínkách struna procházela ledem ([3]).

Zamrzání nádoby s vodou

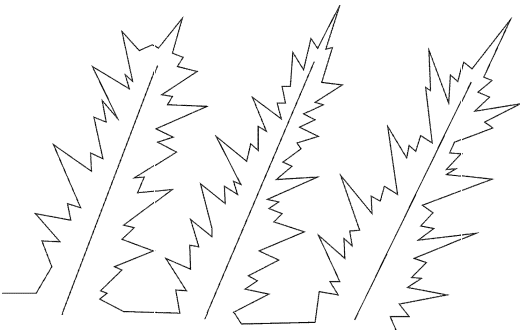
V mrazivém dni naplňte pouťový balónek vodou a položte za okno. Pokud předpokládáte vznik ledové koule, budete asi překvapeni. Po sloupnutí plastové blány zjistíte, že vzniklo ledové vejce naplněné kapalnou vodou. Takovéto vejce vznikne i po 5 – 6 hodinách v mrazáku.

Jak je možné, že voda uvnitř vejce odolává zmrznutí? Je nutné podrobně rozebrat procesy probíhající při zamrzání. Voda se nejprve ochlazuje k bodu tání (či mírně pod něj) a teprve potom zamrzá. Jak při ochlazování tak při zamrzání musí odevzdat velké množství tepla okolí. Ze začátku je okolím mrazivý vzduch mrazáku, takže voda v balónku se relativně rychle ochladí na 0 °C (balónek je ochlazován ze všech stran, samovolné proudění vody o různé teplotě – konvekce – zajistí stejnou teplotu uvnitř celého objemu).

Na okraji balónku se vytvoří tenká vrstva ledu. Voda uvnitř už může teplo odevzdávat pouze ledové slupce, která má ale teplotu srovnatelnou s vodou – předávání tepla se téměř zastaví. Aby došlo k namrznutí další vrstvy vody, musí se předat velké množství tepla skrze vrstvu ledu, který není dobrý vodič. Navíc se led musí nejprve ochladit pod bod tání, aby byl schopen vodě teplo odebírat. Vznikem byť i tenké vrstvičky ledu se proces zamrzání prudce zpomalí. Voda uvnitř ledového vejce přechází do podchlazeného stavu – má teplotu nižší, než je bod tání, ale přesto nezamrzne. Pro přechod do tohoto stavu stačí odevzdat mnohem menší teplo, než pro zamrznutí.

Uvnitř ledového vejce už nedochází k „běžnému“ zamrzání, ale k zamrzání podchlazené vody. Když takové vejce rozbijete, objevíte podivné

ploché keříčkovité útvary, které se vzájemně kříží a prorůstají. Na obr. 2, který byl převzat ze [4], můžete vidět jeden z těchto (tzv.Tyndallových) útvarů.



Obr. 2

Když necháte ledové vejce v mrazáku několik dní a teprve poté ho rozbijete, zjistíte, že po okraji je cca centimetrová vrstva čirého ledu (vzniklého „běžným“ zamrzáním) a vnitřek je vyplněn bílou houbovitou strukturou, která obsahuje velké množství nezamrzlé vody. Tato houba vznikla prorůstáním plochých keříčkovitých útvarů. Dobrou „líhní“ takovýchto útvarů vhodných k pozorování je hlubší miska z pěněného polystyrenu (prodává se na nich ovoce, zákusky, maso, ...). Naplňte ji alespoň do 4 cm vodou a vložte do mrazáku. Díky izolačním vlastnostem plastu voda zamrzá odshora a podobně jako u balónku zde nejprve vznikne vrstva čirého ledu a postupně se uvnitř podchlazené vody začnou vytvářet keříčkovité (dendritické) útvary (po cca 4 hodinách v mrazáku). Máte-li štěstí, získáte keříčky o ploše deseti či více centimetrů čtverečních.

Polarizační vlastnosti ledových krystalů

Když vložíte destičku ledu (například ze zamrzlé hladiny vody v misce) mezi dva zkřížené polarizační filtry, zjistíte, že krystaly ledu stáčejí polarizační rovinu světla. Objeví se krásný obraz mnoha malých krystalků ledu – některé jsou černé, jiné světlé. Velmi tenké krystaly dokonce vytvářejí barevné plošky. Pokud se podaří na plochu umístit keříček vzniklý v podchlazené vodě, má celý jednu barvu – je tvořen monokrystalem.

Poznámky

Další informace o zajímavých vlastnostech vody naleznete například na adrese [5] (existence a velikost měrného skupenského tepla tání ledu) nebo v [6] (teplotní anomálie vody).

Literatura

[1] http://www.lsbu.ac.uk/water [cit 2005-08-21]

[2] Fyzika bez přístrojů. Vesmír, říjen 1881.

[3] *White J. D.:* The Role of Surface Melting in Ice Skating. The Physics Teacher, Vol. 30, Nov. 1992, s. 495-497.

[4] *Walker J. D.:* Exotic Patterns Appear in Water When It Is Freezing or Melting. The Scientific American, July 1986.

[5] http://fyzweb.cuni.cz/piskac/pokusy/www/energie/tanidrcl.htm [cit 2006-07-10]

[6] *Piskač V.:* Zkoumání teplotní anomálie vody. Matematika-fyzika-informatika, roč. 15 (2005), č. 3, s. 149.

„Povodňové“ příklady

JIŘÍ KADAŇKA

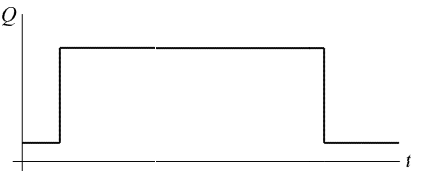
SPŠ elektrotechnická, Rožnov pod Radhoštěm

V posledních deseti letech jsme zažili dvě velké záplavy, které lze považovat za jedny z největších za posledních sto let. Uvádím několik příkladů, které velmi zjednodušeně matematicky popisují záplavy na Vltavě v roce 2002. Přes toto zjednodušení si lze z výsledků udělat představu o průběhu této události. Pokusíme se především odhadnout, do jaké míry lze intenzitu povodně regulovat přehradou.

V uvedeném období spadly ve formě deště na jihu Čech asi 3 km^3 vody. V podstatě veškerá tato voda skončila nakonec ve Vltavě. Při kulminaci protékalo Vltavou v Praze asi 5 500 m^3 vody za sekundu. Za normálního stavu teče ve Vltavě v Praze asi 150 m^3 vody za sekundu.

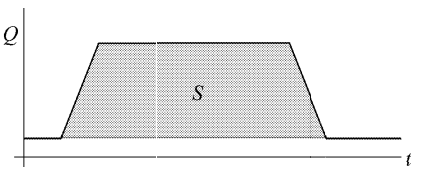
Na prvním obrázku je uveden nejjednodušší graf závislosti objemového průtoku v řece na čase. Normální průtok se skokem zvýší na kulminační

hodnotu. Na ní vydrží několik dní a potom opět skokem „*spadne*“ na normální hodnotu. Z grafu (nebo i bez něj) bychom lehce vypočetli objem „povodňové vody“ která při povodni řekou proteče. Tento model je ale natolik nereálný a matematicky nezajímavý, že jej nebudeme podrobněji rozebírat. Pro hrubý odhad skutečnosti je ale vhodný, protože výpočty jsou velmi jednoduché



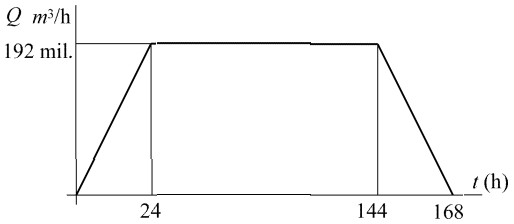
Obr. 1

Reálnější průběh záplav je uveden ve formě grafu na následujícím obrázku:



Obr. 2

Původně konstantní normální objemový průtok lineárně narůstá až do kulminačního průtoku, na kterém setrvává určitou dobu a poté opět lineárně klesá až k normálnímu průtoku. Pro zjednodušení výpočtů lze počítat pouze z částí grafu, který odpovídá „povodňové vodě“. Jde o část grafu nad přímkou, která odpovídá normálnímu průtoku. Obsah S zvýrazněné plochy lichoběžníka odpovídá číselně vlastně „povodňové vodě“ která v průběhu záplav proteče řekou a její objem se přičítá k objemu vody, která v řece teče za normálního průtoku. Následující graf je již uveden v upravené podobě včetně číselných hodnot, které přibližně odpovídají realitě povodně. Pro mírné zjednodušení výpočtů je vhodné počítat s časem v hodinách a objemovým průtokem v m^3/h. Výsledky výpočtů pak můžeme převést na běžnou jednotku průtoku (m^3/s).



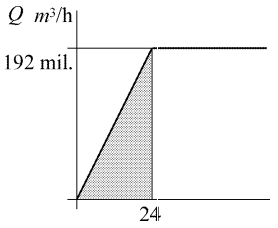
Obr. 3

Průtok v řece stoupá lineárně v průběhu 24 hodin z normálního průtoku až k průtoku kulminačnímu, jehož hodnota je $Q_{\max} = 19\,200\,000$ m^3/h (to odpovídá hodnotě asi 5 300 m^3/s). Zdůrazněme ještě jednou, že jde o hodnotu, o kterou přesahuje průtok vody řekou normální stav. Po pěti dnech pak průtok lineárně klesá a za 24 hodin dosáhne normální hodnoty. Z grafu lehce vypočteme objem „povodňové“ vody, který je číselně roven obsahu plochy lichoběžníka tvořeného grafem (vyjde nám 2,75 miliardy m^3, což přibližně odpovídá skutečnosti).

Přehradou s největším objemem vody na Vltavě je Orlík. Lipenská přehrada je příliš vysoko a většina „povodňové“ vody se do Vltavy dostala až pod Lipnem. Takže touto přehradou nebylo možné povodeň v podstatě ovlivnit. Ostatní přehrady mají tak malý objem, že je zbytečné s nimi pro regulaci velkých povodní počítat. Orlická přehrada má objem asi 700 miliónů m^3 a je dostatečně „nízko“, takže je možné vhodnou regulací odtoku z přehrady povodeň alespoň částečně eliminovat. Možností, jak to provádět, je mnoho. Všimneme si tří nejjednodušších, přičemž budeme předpokládat, že v přehradě je před povodní 300 mil. m^3 vody („vejde“ se do ní tedy ještě 400 mil. m^3 vody – jde o tzv. volný objem).

1) Povodeň se přehradou nijak nereguluje. Takže z přehrady odtéká normální průtok. Protože přítok vody do přehrady stoupá, přehrada se začne plnit. V okamžiku, kdy je zcela zaplněna vodou, z ní začne odtékat tolik vody, kolik do ní v daný okamžik přitéká. Odtok vody se tedy skokově zvýší. Význam přehrady je v tomto případě pouze v oddálení povodňového stavu pod přehradou. Z hodnot uvedených v grafu vypočteme, kolik vody přibude v přehradě za 24 hodin (tedy do okamžiku kulminačního průtoku). Jedná se o obsah trojúhelníka pod vzestupnou částí závislosti Q na t:

$$V = 0{,}5 \cdot 24\,19\,200\,000 \text{ m}^3 = 230\,400\,000 \text{ m}^3$$



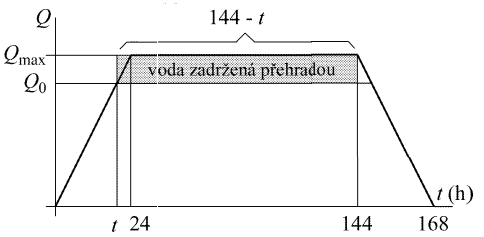
Obr. 4

Tento objem je menší než volný objem přehrady, který je podle předpokladu 400 mil m^3. Takže přehrada se ještě několik málo hodin (označme tento čas t_0) bude plnit kulminačním průtokem. V okamžiku, kdy se zcela zaplní, z ní začne odtékat tento kulminační průtok 19 200 000 m^3/h. Pro čas t_0 platí:

$$(400\,000\,000 - 230\,400\,000)\ \mathrm{m}^3 = (19\,200\,000\ \mathrm{m}^3/\mathrm{h}) \cdot t_0$$

Čas t_0 vyjde necelých 9 hodin. Tímto způsobem tedy jen oddálíme povodeň asi o 33 hodin.

2) Další možností je nečekat, až se přehrada zcela zaplní. Z přehrady budeme v první fázi odpouštět tolik vody, kolik do ní přitéká. A to až do okamžiku t, kdy průtok vody přitékající do přehrady dosáhne hodnoty $Q_0 < Q_{\max}$.



Obr. 5

Vodu pak budeme z přehrady dále odpouštět tímto průtokem, takže přehrada se začne zaplňovat. Ideální je nastavit hodnotu Q_0 tak, aby v okamžiku úplného naplnění přehrady do ní voda přitékala opět právě průtokem Q_0. To bude samozřejmě v době, kdy přítok do přehrady již

klesá. Tímto způsobem snížíme kulminační průtok z $Q_{\max}$ na Q_0. Pro určení hodnoty Q_0 budeme potřebovat funkci udávající v prvních 24 hodinách závislost Q na t. Tato lineární funkce je dána vztahem:

$$Q = 800\,000t$$

Plocha lichoběžníka pod grafem je rozdělena na dvě části přímkou, která odpovídá průtoku Q_0 (obr. 5). Plocha pod touto přímkou odpovídá vodě protékající řekou, plocha nad přímkou pak vodě, která zůstane v přehradě. Protože v přehradě je volný objem 400 mil. m^3 vody, je obsah lichoběžníka nad uvedenou přímkou roven právě tomuto objemu. Platí tedy rovnost:

$$(144h - t)(Q_{\max} - Q_0) = (144h - t)[(19\,200\,000 - 800\,000t)\ \mathrm{m}^3/h] =$$

$$= 400\,000\,000\ \mathrm{m}^3$$

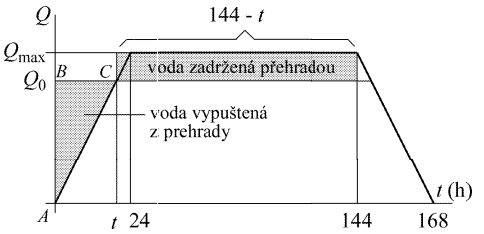
Obsah lichoběžníka zde počítáme jako obsah obdélníka – viz obr. 5. Po úpravě dostaneme kvadratickou rovnici:

$$8t^2 - 1\,344t + 23\,648 = 0$$

Pro hodnotu t vychází přibližně 20 hodin (druhé řešení rovnice nemá praktický smysl). Kulminační průtok pod přehradou se nám tak podaří poměrně významně snížit na hodnotu $Q_0 = 800\,000t m^3/h = 16\,000\,000\ \mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ (asi $4\,400\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ – tedy o $900\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ méně, než je $Q_{\max}$).

3) Poslední možností je začít vodu z přehrady odpouštět okamžitě (tedy v čase 0 hodin) průtokem Q_1. Do doby, než přítok do přehrady přesáhne hodnotu Q_1, se přehrada bude vyprazdňovat a tím se zvětší její volný objem. Označme tuto dobu t. Po tomto okamžiku se přehrada začne naplňovat. Optimální je opět nastavit hodnotu Q_1 tak, aby v okamžiku úplného naplnění přehrady do ní přitékala voda právě průtokem Q_1. Opět připomeňme, že to bude v době, kdy přítok do přehrady již klesá. Jedná se vlastně o podobnou situaci jako v předešlém bodě. Tímto způsobem ještě více snížíme kulminační průtok (je zřejmé, že platí $Q_1 < Q_0$).

Stejně jako v předchozím příkladě je plocha lichoběžníka rozdělena na dvě části přímkou, která odpovídá průtoku Q_1. Plocha lichoběžníka nad touto přímkou je rovna objemu té části přitékající vody, kterou přehrada dokázala zadržet. Jde o původní volný prostor v přehradě (tedy 400 mil. m^3) zvětšený o objem vody, která do doby t z přehrady odtekla. Ten je číselně roven ploše trojúhelníka ABC (obr. 6).



Obr. 6

Právě popsané skutečnosti odpovídá rovnice:

$$(144\text{h} - t) \cdot (Q_{\max} - Q_1) = (400\,000\,000 + 0{,}5t \cdot 800\,000t)\text{m}^3/\text{h}$$

$$(144\text{h} - t) \cdot [(19\,800\,000 - 800\,000t)\text{m}^3/\text{h}] = (400\,000\,000 + 0{,}5 \cdot t \cdot 800\,000t)\ \text{m}^3$$

Pravá strana rovnice je rovna původnímu volnému prostoru v přehradě zvětšenému o prostor vzniklý vypouštěním vody z přehrady průtokem Q_1 do doby t. Na levé straně je potom objem té části přitékající vody, kterou zadrží přehrada. Je zřejmé, že průtok Q_1 je roven průtoku řekou v čase t. Úpravou této rovnice dostaneme kvadratickou rovnici:

$$t^2 - 336t + 5912 = 0$$

Jejím řešením je přibližně $t = 18{,}6$ h. Druhé řešení rovnice nemá praktický smysl. Této době odpovídá objemový průtok přibližně $Q_1 = 800\,000t$ m^3/h $= 14\,900\,000$ m^3/h, což je asi 4 100 m^3/s (tedy asi o 1 200 m^3/s méně než je $Q_{\max}$).

Ještě je vhodné zjistit, kolik vody z přehrady odteče od počátku povodně do doby t (je potřeba vědět, zda se ještě před uplynutím doby t přehrada zcela nevyprázdní – v tom případě by uvedené řešení totiž neodpovídalo skutečnosti). Tento objem (jde číselně o obsah trojúhelníka ABC) bude roven hodnotě

$$V = 0{,}5 \cdot t \cdot 800\,000 \cdot t \cdot \text{m}^3,$$

což je přibližně 140 mil. m^3 vody. To je méně než původní objem vody v přehradě (tedy 300 mil. m^3), takže předchozí řešení je v pořádku.

Nevýhodou postupu uvedeném v bodě c) je ale to, že povodeň nejenom nepozdržíme, ale v první fázi bude řekou protékat více vody, než kdyby na ní žádná přehrada nebyla.

Při zvážení všech okolností dojdeme k závěru, že optimální řešení je zřejmě kombinace možností b) a c). Tedy začít odpouštět vodu okamžitě tak, aby voda odtékala z přehrady průtokem, který je možné na řece pod přehradou bez velkých škod zvládnout. Tím se nám podaří zvětšit volný prostor v přehradě. To vše má ale význam především při menších povodních. Např. Praha by bez větších škod „zvládla“ průtok Vltavou do 2 000 m^3/s. Z výpočtů vyplývá, že přes podstatné snížení kulminačního průtoku, šlo o tak obrovskou povodeň, že ani při zcela ideální regulaci toku přehradou nebylo možné rozsáhlým škodám zabránit. Navíc při výpočtech vycházíme z předpokladu, že dokážeme „tipnout“ ideální průtok vody odtékající z přehrady, což je samozřejmě nereálné.

Bylo by možné vymyslet další příklady – např. zjistit, jaký maximální kulminační průtok by se dal uvedenou přehradou zvládnout při zadané hodnotě Q_0 (Q_1), popř. jak velká by musela být přehrada, aby povodeň uvedeného rozsahu „zvládla“. Dále by bylo možné kreslit grafy závislosti objemu vody v přehradě na čase, popř. se pokusit tyto závislosti určit jako funkce – to už ale spadá do integrálního počtu a pro většinu středoškoláků by šlo o těžko řešitelnou problematiku.

Úlohy pro 48. ročník fyzikální olympiády

Soutěž ARCHIMÉDIÁDA 2007 probíhá ve dvou částech a je určena žákům 7. ročníků základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. První část soutěže se uskuteční v únoru až květnu. Soutěžící obdrží k řešení pět úloh, které jsou uvedeny v tomto textu. Druhá část soutěže proběhne koncem měsíce května a může být organizována jako soutěž jednotlivců nebo družstev podle dispozic, které obdrží učitelé od OKFO.

Úlohy a organizační pokyny najdou učitelé fyziky na adresách: www.uhk.cz/fo, http://fo.cuni.cz.

KATEGORIE G – Archimédiáda

G1: Zpráva letí po lese

Lovecký pes vyslechl v rozhovoru dvou myslivců, že se bude pořádat odstřel černé zvěře v revíru. Protože však byl s lesní zvěří kamarád, rozhodl se, že je upozorní. Nesměl však být příliš dlouho z domu, aby to jeho pán nezpozoroval. Běžel tedy k lesu po trase 1,20 km stálou rychlostí 12 m/s, když potkal zajíce. Vysvětlil mu vše během 20 s a vrátil se stejnou rychlostí zpět domů. Zajíc běžel lesem po trase 2,40 km stálou rychlostí 8,0 m/s, když zpozoroval datla. Tomu za dalších 20 s předal zprávu a datel letěl průměrnou rychlostí 6,0 m/s po dobu 150 s až ke kančí rodince.

a) Jak dlouho trvalo, než zpráva doletěla ke kančí rodince?
b) Jakou dráhu urazila zvířata se zprávou?
c) Jakou průměrnou rychlostí se zpráva šířila?
d) Načrtni závislost dráhy pohybujících se zvířat na čase, tj. graf (čas; dráha).
e) Do grafu vyznač, jak se vracel myslivecký pes domů.

G2: Pendolino

Ranní spoj expresní linky SC Pendolino vyjíždí ze stanice Praha - Holešovice v 5:56 h; z Pardubic (104 km) pokračuje v 6:52 h, z Olomouce (252 km) v 8:21 h a v Ostravě končí na 358. km v 9:25 min.

a) Urči průměrnou rychlost soupravy SC Pendolino.
b) Urči průměrnou rychlost soupravy v uvedených úsecích. Z porovnání údajů zjisti, v kterém úseku jede nejrychleji?
c) Jak se změní výsledky, když na rozjíždění, zastavování, vystupování a nastupování v mezistanicích je třeba odpočítat 4 min?

G3: Cyklista Petr

Cyklista Petr používá bicykl (jízdní kolo), který při jedné otáčce zadního kola kolem osy urazí vzdálenost 182 cm. Převod síly a pohybu se od nohou uskutečňuje řetězem na ozubené kolo spojené s osou zadního kola. Počet zubů na talíři spojeném s klikami pedálů je 54, počet zubů na příslušném kolečku přehazovačky je 18.

a) Cyklista Petr šlápne levou nohou 40krát za minutu; jakou rychlostí se jízdní kolo pohybuje?
b) Cyklista Petr při závodech jede rychlostí 54 km/h; s jakou minutovou frekvencí „šlape do pedálů“?

c) Ve skutečnosti při jízdě po rovině nemusí cyklista neustále „šlapat do pedálů“. Jak to lze vysvětlit?

G4: Cyklistka Lenka

Cyklistka Lenka se rozjížděla z klidu a po době 30 s dosáhla rychlosti 43,2 km/h. Touto rychlostí projela vzdálenost 720 m a následujících 60 s se postupně zpomalovala až do zastavení.

a) Jakou dobu se Lenka pohybovala rovnoměrným pohybem?
b) Nakresli graf změn rychlosti v závislosti na čase pro všechny uvedené úseky Lenčina pohybu.
c) Uvědom si, jak je v grafu $v(t)$ vyjádřena dráha (jak je vlastně ukryta informace o dráze) při Lenčině rovnoměrném pohybu; urči obdobným způsobem dráhu při rozjíždění i zastavování.
d) Urči průměrnou rychlost cyklistky Lenky během celého pohybu.

G5: Pokusy s knížkou

Některé knížky vycházejí v měkké vazbě (tzv. paperbackové vydání). Knížka připomíná kvádr o rozměrech a, b a výšce c. Ve škole je jednoduché zjistit hmotnost knížky, použitím pravítka není složité zjistit její rozměry. Pro jednoduchost vycházej z předpokladu, že desky lze nahradit třemi listy tiskového papíru vpředu i vzadu.

a) Urči tloušťku jednoho listu v knížce.
b) Jaká je průměrná hustota papíru?
c) Urči, jaká je hmotnost 1 m^2 papíru, na němž je knížka vytisknuta.

G6: Prémie pro zdatné řešitele: Ferda Mravenec – práce všeho druhu

Ferda Mravenec dostal za úkol zjistit stav nátěru minutové ručky na jdoucích věžních hodinách. Délka ručky je 3,0 m. Při první kontrole zjišťoval stav orientačně, dělal si poznámky a za 60 min doběhl od osy ručky na její konec a zpět. Podruhé mu cesta na konec ručky a zpátky trvala celé dvě hodiny. Potřetí běžel, a tak celou cestu tam i zpět urazil během jedné hodiny dvakrát. Počtvrté se Ferda Mravenec nejprve rozběhl, za 15 min doběhl do poloviny délky ručky, zjistil, že cosi zapomněl, vrátil se za 15 minut zpět k ose a za další půlhodinku dorazil na konec ručky. Ve všech případech nakresli trajektorii Ferdy Mravence tak, jak by ji sledoval pozorovatel na ose, umístěný v určité vzdálenosti od ciferníku. Pohyb Ferdy Mravence promítni do roviny ciferníku.