

FYZIKA

Zkoumání teplotní anomálie vody

VÁCLAV PISKAČ

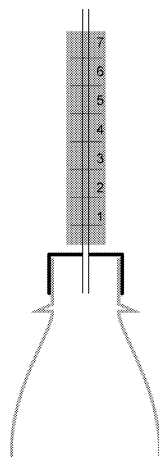
Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno

V učebnicích fyziky pro základní i střední školy je pozornost věnována jevu, kterým se voda odlišuje od ostatních kapalin – v intervalu teplot od bodu tání ke $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($3,98\text{ }^{\circ}\text{C}$ pro chemicky čistou vodu) objem vody klesá, poté už poslušně následuje ostatní kapaliny – při teplotách nad $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ svůj objem zvětšuje (při normálním tlaku vzduchu).

Demonstrace jevu

Připravte si 30 cm dlouhou skleněnou trubičku. Ve vršku PET lahve udělejte otvor, kterým trubička těsně projde (výsečnickem nebo hřebíkem nahřátým v plameni). Trubičku ve vršku zalepte tavným lepidlem (téměř celá musí být vně lahve). Ustříhněte 3 cm široký pásek milimetrového papíru (v nouzi stačí i čtverečkovaný) o délce trubičky. Vyznačte na pásku dílky po 1 cm. V horním a dolním konci pásku propíchněte otvory, kterými pásek natáhnete na trubičku – po napnutí jste získali stupnici (obr. 1).

Naplňte 2-litrovou PET láhev vodou a vložte ji do mrazničky (v zimě postavte za okno). Voda předchlazená v ledničce dosáhne v mrazáku nuly za necelou hodinu. Nechejte ji v mrazu do té doby, než se začne na stěnách tvořit tenký škraloup ledu. Vezměte ji zpět do místnosti – po roztátí ledu máte k dispozici dva litry vody o teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. To si ověřte teploměrem. Láhev uzavřete víčkem s trubičkou a stup-



Obr. 1

nicí. Voda by měla vystoupit asi 10 cm nad víčko. Pokud k tomu nedojde, přilijte injekční stříkačkou opatrně do trubičky trochu vody z vodovodu – teplotu vody v láhvi to měřitelně neovlivní.

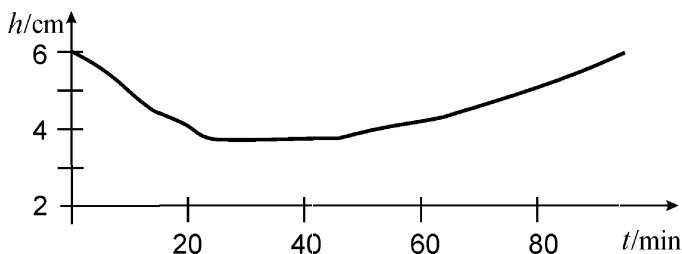
Sledujte hladinu vody v trubičce a zapisujte její polohu na stupnici v závislosti na čase. Hladina nejprve klesá, na chvíli se zastaví a potom pomalu roste. Měření ukončete, když se hladina vrátí na původní úroveň (při mém měření k tomu došlo po hodině a půl) a změřte teplotu vody.

Předpoklady měření:

- změny objemu plastové lahve v tomto rozmezí teplot zanedbáme
- teplo s okolím se vyměňuje po celém povrchu láhve, voda by se tu proto měla rovnoměrně promíchávat, díky pomalému průběhu ohřívání můžeme předpokládat stejnou teplotu vody v celém objemu láhve

Zpracování změřených hodnot

Naměřené hodnoty vyneseme do grafu (obr. 2) – na svislé ose je výška sloupce vody v trubičce v centimetrech.



Obr. 2

Měření lze zkvalitnit tím, že použijete digitální teploměr s vnějším čidlem. V boční stěně PET láhve propálíte před měřením otvor a protáhnete jím čidlo, které nakonec zakápnete voskem. (Zřejmě by bylo možné podobně použít chemický rtuťový teploměr, který by byl protažen otvorem ve víčku.) Tato úprava umožňuje přímo změřit teplotu anomálie.

Teplotní údaje však lze získat výpočtem. Teplo se zde předává ze vzduchu přes vrstvu plastu vodě. Teplo předané za určitou dobu závisí na vlastnostech plastové láhve a na rozdílu teploty vody a vzduchu. Obecně to lze zapsat vztahem

$$\Delta Q = k(T_o - T)\Delta t,$$

kde k je konstanta popisující vlastnosti láhve, T_o je teplota okolního vzduchu (ta zůstává stálá), ΔQ je teplo předané za krátký časový interval Δt .

Pro ohřev vody platí známý vztah

$$\Delta Q = mc\Delta T = K\Delta T,$$

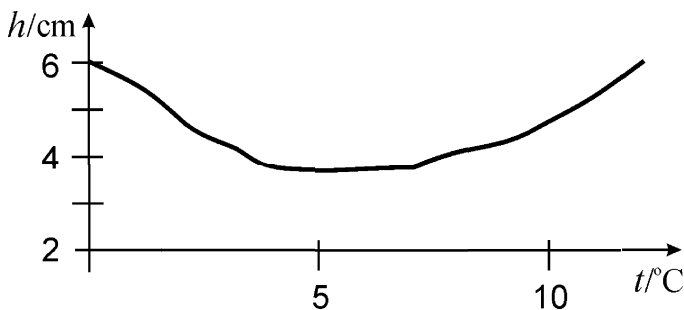
kde ΔT je změny teploty vody, K je konstanta popisující vodu v láhvi. Spojením těchto dvou rovnic lze získat postupem popsaným v Dodatku vztah

$$T = T_o - A e^{-Bt}.$$

Konstanty A a B můžeme určit z naměřených hodnot – v čase $t = 0$ min měla voda teplotu $T = 0$ °C a v čase $t = 95$ min měla teplotu $T = 12$ °C. Okolní vzduch měl teplotu 22 °C, proto vyjde vztah

$$T = 22(1 - e^{-0,0083t}).$$

Tento vztah umožňuje určit teplotu vody v závislosti na čase a sestavit graf závislosti objemu vody na její teplotě (obr. 3). Z grafu je dobře vidět, že nejmenšího objemu voda dosáhla při 4 °C.



Obr. 3

Pokus přesvědčivě prokazuje existenci jevu anomálie vody, umožňuje ale také jeho numerický popis. K měření je vhodná trubička s vnitřním průměrem 4 mm, takže centimetru sloupce vody v trubičce odpovídá objem $V = \pi r^2 l = \pi \cdot 0,2^2 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 0,13 \text{ cm}^3 = 0,13 \text{ ml}$.

Během měření sloupec vody poklesl o 2,25 cm, tj. objem se zmenšil o $2,25 \cdot 0,13 \text{ cm}^3 = 0,3 \text{ ml}$. Procentuelně to je $0,3/2000 = 0,00015 = 0,015 \%$.

Tak malá změna objemu by na první pohled mohla být zanedbatelná. Zajišťuje však, že voda má největší hustotu při teplotě vyšší než bod tání, což má značný vliv na zamrzání vodních nádrží v zimních měsících.

Důsledky teplotní anomálie

Pro následující úvahy budeme předpokládat, že nádrž s vodou je ochlazovaná pouze vzduchem u hladiny (díky malé zámrzné hloubce v našich zeměpisných šířkách je tento předpoklad dobře splněn). Při ochlazování se zvětšuje hustota kapaliny a ta proto klesá ke dnu. U vody to ovšem přestává platit právě při teplotě anomálie – tato voda má největší hustotu, proto zůstává u dna, i když nad ní vznikají chladnější vrstvy. Výsledné stabilní rozložení je takové, že voda na hladině zamrzne, pod ledem je vrstva s teplotou bodu tání vody a s narůstající hloubkou narůstá teplota vody. Proto ve vodě ustane promíchávání způsobené vztakovou silou a teplo se vodou může šířit už pouze vedením. Voda je ale z hlediska vedení izolant, proto hlubší nádrže nepromrznou až na dno ani během kruté zimy.

Vyzkoušet si to můžete pomocí termosky. Kromě termosky s vodou budete navíc potřebovat digitální teploměr s dlouhým čidlem (bývají součástí multimetrů) a mrazivé prostředí. Mně v tomto pomohla sama příroda, myslím si ale, že stejně dobře poslouží i kuchyňský mrazák zbavený jednoho ze šuplíků nebo při troše štěstí i pultový mrazák v hypermarketu. Otevřenou termosku s vodou (neměla by být příliš teplá) postavte do mrazivého prostředí a čekejte. V mém případě jsem použil vodu o pokojové teplotě a při venkovní teplotě kolem $-5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ došlo k zamrznutí hladiny až po téměř 24 hodinách.

Po zamrznutí hladiny postavte termosku na stůl, prorazte opatrně led na hladině a ponořte do vody čidlo teploměru. Měl jsem k dispozici pouze nekvalitní čidlo laciného multimetru, které mi hned pod ledem ukázalo teplotu $2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ a po ponoření do zhruba poloviny hloubky teplotu $3 \text{ }^{\circ}\text{C}$. K prokázání daného efektu to myslím stačilo.

Na závěr bych chtěl poděkovat *RNDr. Zdeňkovi Drozdovi, PhD.* za cenné připomínky k tomuto článku. Zájemci o další informace k experimentu se mohou obrátit na autora: piskac@jaroska.cz

Dodatek

Ve velmi krátkém časovém intervalu dt se teplota vody změní o dT a rovnice přejde na tvar

$$\frac{k}{K} dt = \frac{dT}{T_o - T}$$

Když obě strany této rovnice zintegrujeme, dostaneme vztah

$$\frac{k}{K} t + C = -\ln(T_o - T) ,$$

kde C je integrační konstanta. Rovnici upravíme převedením na exponenciální tvar

$$T_o - T = e^{-kt/K} \cdot e^{-C} .$$

Zavedeme konstanty $A = e^{-C}$ a $B = -k/K$ a dostáváme výslednou podobu rovnice

$$T = T_o - A e^{-Bt} .$$

Praktická úloha celostátního kola 46. ročníku FO

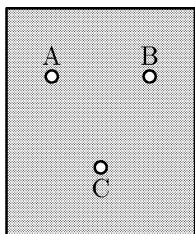


Černá skříňka (autor PaedDr. Přemysl Šedivý)

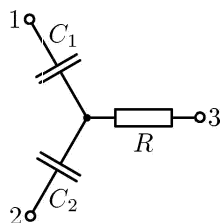
Pomůcky: černá skříňka, plochá baterie, digitální voltmetr se vstupním odporem $10\text{ M}\Omega$, destička s propojenými zdířkami, spojovací vodiče

Zadání úlohy: V černé skříňce s třemi zdířkami A, B, C (obr. 1) jsou umístěny dva kondenzátory o kapacitách C_1 , C_2 , přičemž $C_1 < C_2$, a rezistor o odporu R zapojené do hvězdy (obr. 2). Pořadí, v jakém jsou vývody 1, 2, 3 připojeny ke zdířkám A, B, C, neznáme. S uvedenými pomůckami

1. určete, ke kterým zdírkám jsou připojeny kondenzátory a ke které je připojen rezistor,
2. určete kapacity obou kondenzátorů a odpor rezistoru.

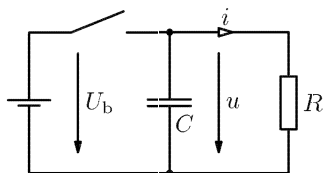


Obr. 1

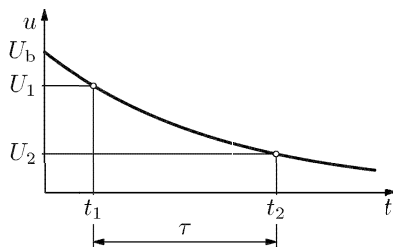


Obr. 2

Teorie: Nabijeme-li kondenzátor o kapacitě C , ke kterému je paralelně připojen rezistor o odporu R , ze stejnosměrného zdroje o svorkovém napětí U_b a pak zdroj odpojíme (obr. 3), bude se kondenzátor přes rezistor vybíjet a jeho okamžité napětí u se bude zmenšovat (obr. 4).



Obr. 3



Obr. 4

Během vybíjení platí

$$dq = -i dt,$$

kde q je okamžitý náboj na kondenzátoru a i okamžitý proud v obvodu. Z toho plyne pro okamžité napětí u na kondenzátoru diferenciální rovnice

$$C du = -\frac{u}{R} dt, \quad (1)$$

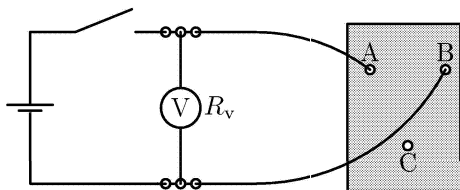
jejímž řešením při počátečních podmínkách $t = 0$, $u = U_b$ je funkce

$$u = U_b e^{-\frac{t}{RC}} = U_b e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (2)$$

Veličina $\tau = RC$ se nazývá *časová konstanta* obvodu. Pro okamžité hodnoty napětí kondenzátoru v čase t_1 a v čase $t_2 = t_1 + \tau$ platí

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_b e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{U_b e^{-\frac{t_1 + \tau}{\tau}}} = \frac{e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{e^{(-\frac{t_1}{\tau} - 1)}} = e \doteq 2,718. \quad (3)$$

Praktická část: Vlastní měření uskutečníme v zapojení podle obr. 5. K voltmetru o známém vstupním odporu $R_v = 10,0 \text{ M}\Omega$, na kterém nastavíte stejnosměrný rozsah 20 V, připojte paralelně plochou baterii a černou skříňku pomocí zdířek A, B. Po chvíli baterii odpojte a se stopkami v ruce sledujte časový průběh poklesu napětí voltmetru. Totéž zopakujte pro kombinace zdířek B, C a A, C.



Obr. 5

Teoretické úkoly:

- Zdůvodněte, proč pokles napětí voltmetru bude ve všech třech případech probíhat podle vztahu

$$u_v = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_i}}, \quad (4)$$

kde U_0 je napětí voltmetru v okamžiku odpojení baterie a τ_i časová konstanta daného obvodu. Zvolme označení:

$\tau_1 \dots$ je připojen rezistor a kondenzátor C_1 ,

$\tau_2 \dots$ je připojen rezistor a kondenzátor C_2 ,

$\tau_3 \dots$ jsou připojeny oba kondenzátory.

Vyjádřete časové konstanty τ_1 , τ_2 , τ_3 pomocí veličin R_v , R , C_1 a C_2 .

- b) Stanovte kritéria, podle kterých poznáte, ke které zdířce černé skříňky je připojen rezistor.
- c) Odvodte vztahy, pomocí kterých z časových konstant τ_1 , τ_2 , τ_3 a odporu voltmetru R_v vypočítáme odpor R rezistoru a kapacity C_1 a C_2 kondenzátorů v černé skříňce.

Praktické úkoly:

- d) Změřte časové konstanty τ_1 , τ_2 , τ_3 . Využijte přitom vztah (3). Zvolte napětí U_1 , při jehož dosažení spustíte stopky a vypočítejte příslušné napětí U_2 , při jehož dosažení stopky zastavíte. Pro každou kombinaci zdířek měření desetkrát opakuje, výsledky запиšte do tabulky, určete jejich aritmetický průměr a mezní chybu aritmetického průměru.
- e) Pomocí vztahů odvozených v úkolu c) vypočítejte odpor R rezistoru a kapacity C_1 , C_2 obou kondenzátorů.
- f) Určete, ke kterým zdířkám jsou jednotlivé součástky připojeny.
- g) Odhadněte mezní chyby vypočítaných veličin R , C_1 a C_2 . Zadanou hodnotu odporu R_v voltmetru berte jako přesnou.

Návod: Horní a dolní meze vypočtených veličin můžete získat vhodným dosazením horních a dolních mezí změřených časových konstant do vzorců odvozených v úkolu c).

Řešení praktické úlohy

Teoretické úkoly

- a) Pokud jsou k použitým zdířkám zapojeny vývody 1 a 3, bude se kondenzátor o kapacitě C_1 po připojení zdroje nabíjet přes rezistor o odporu R a jeho napětí by teprve po delší době dosáhlo napětí zdroje U_b . V okamžiku odpojení zdroje bude na něm napětí $U_1 < U_b$ a kondenzátor se začne vybíjet přes sériově zapojený rezistor o odporu R a voltmetr o odporu R_v (obr. R1). Napětí na kondenzátoru a na voltmetru se bude zmenšovat podle vztahů

$$u_c = U_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}, \quad u_v = \frac{R_v}{R + R_v} U_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_1}},$$

kde

$$\tau_1 = (R + R_v)C_1 \quad (1)$$

je časová konstanta obvodu. Podobně se bude obvod chovat i v případě, že ke zdířkám připojíme vývody 2 a 3. Časová konstanta obvodu se ale změní na

$$\tau_2 = (R + R_v)C_2.$$

Jestliže použijeme zdířky, ke kterým jsou připojeny vývody 1 a 2, nabije se sériová kombinace kondenzátorů o kapacitách C_1 , C_2 , která má výslednou kapacitu

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2},$$

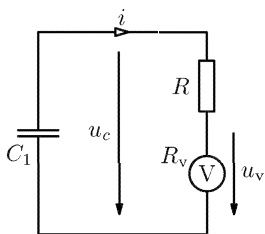
hned po připojení baterie tak, že celkové napětí bude rovno napětí baterie U_b . Po odpojení zdroje se bude soustava kondenzátorů vybíjet přes samotný voltmetr (obr. R2). Napětí bude klesat podle vztahu

$$u_c = u_v = U_b e^{-\frac{t}{\tau_3}}$$

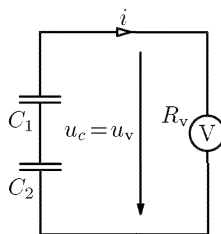
a časová konstanta obvodu bude

$$\tau_3 = R_v C = \frac{R_v}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{R_v C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

3 body



Obr. R1



Obr. R2

- b) Ze vztahů (1), (2), (3) je zřejmé, že $\tau_3 < \tau_1 < \tau_2$, neboť $R_v < R + R_v$ a $C < C_1 < C_2$. Z toho je zřejmé, že kondenzátory jsou připojeny k těm dvěma zdířkám, pro které naměříme nejmenší časovou konstantu. Kondenzátor o kapacitě C_2 je zapojen k té z uvedených dvou zdírek, pro kterou ve spojení s třetí zdířkou naměříme největší časovou konstantu.

Použijeme-li zdířky, ke kterým jsou připojeny oba kondenzátory, napětí voltmetru se v okamžiku odpojení zdroje nezmění, pouze začne

spojitě klesat z počáteční hodnoty U_b . Je-li jedna použitá zdírka spojena s rezistorem, napětí voltmetru v okamžiku odpojení zdroje poklesne skokem na nižší hodnotu a pak teprve bude spjitě klesat.

2 body

c) Řešením soustavy rovnic (1), (2), (3) dostaneme

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{R_v + R}{\tau_1} + \frac{R_v + R}{\tau_2} = \frac{R_v}{\tau_3}$$

$$R = R_v \frac{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}}{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}} = R_v \frac{\tau_1 \tau_2 - \tau_2 \tau_3 - \tau_1 \tau_3}{\tau_2 \tau_3 + \tau_1 \tau_3}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{R_v \left(1 + \frac{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}}{\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}} \right)}{\tau_1} = R_v \frac{\frac{1}{\tau_3}}{\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)},$$

$$C_1 = \frac{\tau_3 \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)}{R_v}, \quad \text{obdobně} \quad C_2 = \frac{\tau_3 \left(1 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \right)}{R_v}. \quad (5)$$

4 body

Praktické úkoly

d) Ukázka naměřených a vypočtených hodnot je v příloze. Mezní chyba naměřených časových konstant byla určena jako trojnásobek směrodatné odchylky aritmetického průměru, tj.

$$\kappa_{\bar{x}} = \frac{3\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

(viz *Svoboda, E. a kol.: Přehled středoškolské fyziky*). Směrodatnou odchylku σ_{n-1} jednoho měření určíme snadno pomocí běžné kalkulačky vybavené pro statistické výpočty. V ukázce byly naměřeny časové konstanty

$$\tau_1 = (28,76 \pm 0,21) \text{ s},$$

$$\tau_2 = (42,78 \pm 0,22) \text{ s},$$

$$\tau_3 = (13,01 \pm 0,15) \text{ s}.$$

4 body

- e) Pomocí vztahů (4) a (5) byly v ukázce určeny nejpravděpodobnější hodnoty odporu rezistoru a kapacit kondenzátorů

$$R = 3,22 \cdot 10^6 \Omega, \quad C_1 = 2,18 \cdot 10^{-6} \text{ F}, \quad C_2 = 3,24 \cdot 10^{-6} \text{ F}.$$

3 body

- f) Pomocí kritérií z úkolu b) bylo v ukázce zjištěno, že rezistor je v dané černé skřínce připojen ke zdířce A, kondenzátor o kapacitě C_1 ke zdířce C a kondenzátor o kapacitě C_2 ke zdířce B. **1 bod**
- g) Pro určení horních mezí vypočítaných veličin byly použity vztahy

$$R_{\max} = \frac{R_v \left(\frac{1}{\tau_{3\min}} - \frac{1}{\tau_{1\max}} - \frac{1}{\tau_{2\max}} \right)}{\frac{1}{\tau_{1\max}} + \frac{1}{\tau_{2\max}}},$$

$$C_{1\max} = \frac{\tau_{3\max} \left(1 + \frac{\tau_{1\max}}{\tau_{2\min}} \right)}{R_v}, \quad C_{2\max} = \frac{\tau_{3\max} \left(1 + \frac{\tau_{2\max}}{\tau_{1\min}} \right)}{R_v}.$$

V ukázce se došlo ke konečným výsledkům

$$R = (3,22 \pm 0,23) \text{ M}\Omega,$$

$$C_1 = (2,18 \pm 0,04) \mu\text{F},$$

$$C_2 = (3,24 \pm 0,06) \mu\text{F}.$$

3 body

Přísnější posouzení možné chyby dává *kvadratický zákon hromadění chyb*, podle kterého

$$\kappa_{\overline{R}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial \tau_1} \right)^2 \kappa_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \tau_2} \right)^2 \kappa_{\tau_2}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \tau_3} \right)^2 \kappa_{\tau_3}^2}$$

obdobně pro C_1 , C_2 . Parciální derivace výrazů (4), (5) jsou

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial \tau_1} &= \frac{R_v \tau_2^2}{\tau_3 (\tau_1 + \tau_2)}, & \frac{\partial R}{\partial \tau_2} &= \frac{R_v \tau_1^2}{\tau_3 (\tau_1 + \tau_2)^2}, & \frac{\partial R}{\partial \tau_3} &= -\frac{R_v \tau_1 \tau_2}{\tau_3^2 (\tau_1 + \tau_2)}, \\ \frac{\partial C_1}{\partial \tau_1} &= \frac{\tau_3}{R_v \tau_2}, & \frac{\partial C_1}{\partial \tau_2} &= -\frac{\tau_3 \tau_1}{R_v \tau_2^2}, & \frac{\partial C_1}{\partial \tau_3} &= -\frac{\tau_1 + \tau_2}{R_v \tau_2}, \\ \frac{\partial C_2}{\partial \tau_1} &= \frac{\tau_3}{R_v \tau_1}, & \frac{\partial C_2}{\partial \tau_2} &= -\frac{\tau_3 \tau_2}{R_v \tau_1^2}, & \frac{\partial C_2}{\partial \tau_3} &= -\frac{\tau_1 + \tau_2}{R_v \tau_1}. \end{aligned}$$

Po dosazení hodnot uvedených v příloze dostaneme

$\kappa_{\overline{R}} = 1,6 \cdot 10^5 \Omega$, $\kappa_{\overline{C_1}} = 2,6 \cdot 10^{-8} F$, $\kappa_{\overline{C_2}} = 4,0 \cdot 10^{-8} F$,
 což jsou asi o třetinu menší hodnoty než v příloze.

Příloha – ukázka naměřených a vypočítaných hodnot

Zdířky	AB	BC	AC
U_1/V	3,00	4,00	3,00
U_2/V	1,10	1,47	1,10

τ_1/s	28,760
τ_2/s	42,783
τ_3/s	13,008

C1 je u zdířky	C
C2 je u zdířky	B
R je u zdířky	A

č.	τ/s		
1	42,45	13,06	28,40
2	42,90	13,18	28,90
3	42,87	12,81	28,72
4	43,00	13,28	28,65
5	43,05	12,91	28,62
6	42,35	13,03	28,69
7	42,85	12,97	29,22
8	42,69	13,10	28,75
9	42,97	12,93	28,75
10	42,69	12,81	28,90
Průměr	42,783	13,008	28,760
σ_n	0,224	0,145	0,205
σ_{n-1}	0,236	0,153	0,216
$3\sigma_{n-1}/\sqrt{10}$	0,224	0,145	0,205

τ_{1max}/s	28,965
τ_{2max}/s	43,007
τ_{3max}/s	13,153

τ_{1min}/s	28,555
τ_{2min}/s	42,559
τ_{3min}/s	12,863

R	3,22E+06
R_{nmax}	3,46E+06
ΔR	2,34E+05

C_1	2,18E-06
C_{1max}	2,21E-06
ΔC_1	3,52E-08

R/Ω	1,00E+07
------------	----------

C_2	3,24E-06
C_{2max}	3,30E-06
ΔC_2	6,04E-08

Tepelná účinnost varné konvice

CTIBOR HENZL

SOŠ telekomunikační a SOU telekomunikační, Ostrava

Článek pojednává o měření závislosti mezi dobou ohřevu a teplotou vody a následném využití výsledků pro výpočet účinnosti varné konvice ETA Cindy Typ 0188, 1100 W.

1. Úvod

Měření bylo prováděno ve druhém ročníku studijního oboru *26-45-M/004 Digitální telekomunikační technika*. Hodinová dotace fyziky v tomto oboru je tři hodiny týdně v prvním ročníku a dvě hodiny týdně ve druhém ročníku. Ve třetím ročníku vyučujeme dvě hodiny týdně předmět Aplikovaná fyzika. Tematický celek molekulová fyzika a termika je probírán ve druhém ročníku. Do výuky jsem zařadil následující úlohu.

2. Úloha

a) Měřte v 15 sekundových intervalech teplotu vody objemu $V = 0,380 \text{ l}$ ($m = 0,380 \text{ kg}$), ohříváné ve varné konvici. Naměřené hodnoty запиšte do tabulky a sestrojte bodový graf závislosti teploty vody na době ohřevu. Čas nanášejte na osu x , dobu ohřevu na osu y .

b) Naměřenými body proložte přímkou tak, aby co nejlépe vystihovala trend, a odvoďte ze dvou bodů přímkou její rovnici ve tvaru

$$y = bx + a \quad (1)$$

c) Sestavte novou tabulku závislosti teploty na době ohřevu podle rovnice (1) a pomocí této tabulky stanovte orientačně účinnost rychlovarné konvice.

3. Měření a záznam vstupních údajů

Měření probíhalo odpoledne, ve třídě se 24 studenty. K dispozici bylo pouze jedno pracoviště. Ve snaze zaměstnat co nejvíce studentů, jsem přidělil úlohy „časoměřiče“, „zapisovatele do tabulky“, „teplotoměřiče“ a „grafika“. Tabulku s předem vyplněnými hodnotami $t(s)$, osy grafu a měřítko jsem na tabuli nakreslil sám. Studenti doplnili do tabulky zbývající údaje, do grafu vynesli odpovídající body a zakreslili spojnici trendu (obr. 1). Přesnější obrázek překreslili doma do sešitu (obr. 2).

4. „Ruční“ výpočet

Přímka trendu byla proložena tak, aby procházela body $A = [0; 15]$ a $B = [105; 70]$, které jsou označeny křížkem v obr. 2. Po dosazení obdržíme dvě lineární rovnice o dvou neznámých b, a .

$$15 = b \cdot 0 + a$$

$$70 = b \cdot 105 + a$$

Adiční metodou vypočteme $a = 15$; $b = 0,52$. Rovnice přímky trendu je

$$y = 0,52 \cdot x + 15$$

Výsledek, zpracovaný jedním z žáků, je na obr. 2 a v tabulce 1.

Tabulka 1

$\tau(\text{s})$	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
t ($^{\circ}\text{C}$) naměřená	15	21	31	40	49	55	63	70	77	85
t ($^{\circ}\text{C}$) vypočtená	15,0	22,8	30,6	38,4	46,2	54,0	61,8	69,6	77,4	85,2

Při výpočtu tepelné účinnosti konvice ETA jsme vycházeli z vyjádření tepla Q_1 spotřebovaného na ohřev vody a tepla Q_2 odebraného spotřebičem (tepelnou kapacitu konvice jsme neuvažovali):

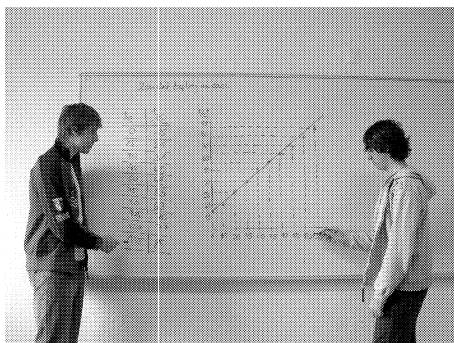
teplo Q_1 spotřebované na ohřev vody

$$Q_1 = mc\Delta t = 0,380 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot (85,2 - 15) \text{ J} \approx 1,12 \cdot 10^5 \text{ J},$$

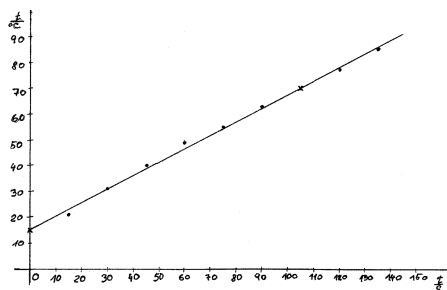
teplo Q_2 odebrané spotřebičem

$$Q_2 = Pt = 1\,100 \cdot 135 \text{ J} \approx 1,48 \cdot 10^5 \text{ J},$$

$$\text{Účinnost } \eta = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1,12 \cdot 10^5 \text{ J}}{1,48 \cdot 10^5 \text{ J}} = 0,76$$



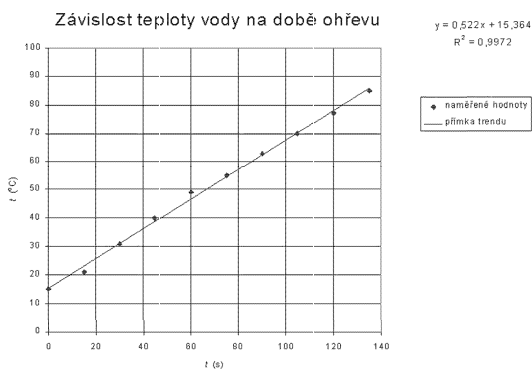
Obr. 1



Obr. 2

5. Výpočet v EXCELU

V EXCELU získáme ze vstupní tabulky na obr. 1 velmi snadno bodový graf xy . Po kliknutí na libovolný bod grafu volíme *Přidat spojnicí trendu*, dále volíme *lineární trend* a po kliknutí na spojnicí necháme ještě zobrazit rovnici regrese a hodnotu spolehlivosti R . Výsledek viz obr. 3.



Obr. 3

Z obr. 3 zjistíme, že program EXCEL vyjádřil proloženou přímku rovnicí:

$$y = 0,522 \cdot x + 15,364 \quad (2)$$

Vztah (2) použijeme pro výpočet hodnot ve třetím řádku tabulky 2.

Tabulka 2

$\tau(\text{s})$	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135
$t\ (^{\circ}\text{C})$ naměřená	15	21	31	40	49	55	63	70	77	85
$t\ (^{\circ}\text{C})$ vypočtená	15,4	23,2	31,0	38,9	46,7	54,5	62,3	70,2	78,0	85,8

Při výpočtu účinnosti tepelné konvice ETA postupujeme stejně jako v odstavci 4. Vycházíme z vyjádření tepla Q_1 spotřebovaného na ohřev vody a tepla Q_2 odebraného spotřebičem:

teplo Q_1 spotřebované na ohřev vody

$$Q_1 = mc\Delta t = 0,380 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot (85,8 - 15,4) \text{ J} \approx 1,12 \cdot 10^5 \text{ J},$$

teplo Q_2 odebrané spotřebičem

$$Q_2 = Pt = 1\,100 \cdot 135 \text{ J} \approx 1,48 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Účinnost

$$\eta = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1,12 \cdot 10^5 \text{ J}}{1,48 \cdot 10^5 \text{ J}} = 0,76.$$

6. Závěr

- Uvedené měření a zpracování naměřených údajů studenty motivovalo. Počínali si aktivně ve všech fázích úlohy.
- Možnost zpracovat výsledky v EXCELU byla využita v předmětu „Výpočetní technika“.
- Vysoký stupeň korelace mezi zkoumanými údaji opravňuje i použití „ručního“ postupu při prokládání přímky trendu.
- Zjištěná hodnota účinnosti varné konvice ETA byla porovnána s měřením uvedeným v [2]. Námi uváděná hodnota 0,76 je menší než 0,78, tj. 78 %. Rozdíl snadno vysvětlíme tím, že jsme k měření teploty použili laboratorní teploměr a měřené hodnoty byly odečítány při otevřené konvici. Takto vzniklé ztráty ovlivňují i výsledek při měření účinnosti.

Literatura

- [1] Lepil, O. – Bednařík, M. – Hýblová, R.: Fyzika I pro střední školy, Prometheus, Praha 2001.
- [2] Lepil, O.: Příspěvek k výchově žáků k úsporám elektrické energie, MFI roč. 9 (1999), s. 226 – 231.
- [3] Walkenbach, J.: Microsoft Excel – vzorce a funkce, Praha 2001.