

Pseudovědecké představy o pojmu energie

KAREL BARTUŠKA

Gymnázium, Praha, Nad Štolou

Pseudověda je společenským jevem, který je právě tak starý, jako věda. U nás se pseudověda rozšířila zejména po r. 1989, kdy se otevřela možnost svobodného vyjadřování ve všech sdělovacích prostředcích. Podpora pseudovědy mnohými sdělovacími prostředky způsobila, že se pseudověda rozšířila mezi širokými vrstvami obyvatelstva a také mezi školní mládeží.

O problematiku pseudovědy by se měl zajímat každý učitel již proto, aby mohl kvalifikovaně odpovídat na dotazy žáků a vyvracet různé nevědecké představy. Učitelům fyziky by nemělo být lhostejné, že mnohé představy pseudovědců a šarlatánů přímo odporují vědeckým poznatkům, se kterými se žák seznamuje ve škole. Rozbor různých pseudovědeckých názorů a metod z hlediska vědy je také cenným příspěvkem pro rozvíjení samostatného a kritického myšlení, které je základním předpokladem každé vědecké práce a které patří k tomu nejcennějšímu, co škola může žáky naučit. Zřejmá je i společenská nebezpečnost pseudovědy.

Mezi fyzikální pojmy, které pseudověda nejvíce deformuje, patří pojem energie. Ve fyzice pod tímto pojmem rozumíme stavovou veličinu, která charakterizuje schopnost tělesa nebo soustavy konat práci. V různých oborech fyziky zavádíme různé druhy energií, např. energii mechanickou, energii vnitřní, energii elektrického, magnetického nebo elektromagnetického pole, jadernou energii atd. Tyto energie se mohou navzájem přeměňovat, přičemž platí zákon zachování energie.

Při výkladu pojmu energie je důležité žákům vysvětlit, že při běžném vyjadřování se používá tento termín často pouze v přeneseném smyslu.

Tak např. hovoříme o člověku, který je „plný energie“, o úkolu, k jehož splnění je třeba „vynaložit veškerou energii“, o obraze, který je namalován „energickými tahy štětce“ apod. V tomto smyslu pojem energie není fyzikální veličinou, ale jen metaforickým termínem.

Používání termínu energie jako pouhé metafory není jevem, který by byl mezi fyzikálními veličinami něčím výjimečným. Metaforický význam má např. také termín práce ve výrazu „duševní práce“, termín síla ve výrazu „zvítězil silou svých myšlenek“ apod. Jde o jev, který poněkud komplikuje práci učitele, není však jevem negativním. Mnohem závažnější je rozsáhlé zneužívání pojmu energie různými léčiteli, psychotroniky a pavědci.

Toto zneužívání má některé společné rysy. Mezi ně patří především představa, že energie není vlastnost hmotných objektů (těles, polí, částic), ale něco, co samostatně existuje. K této v našem makroskopickém světě chybné představě vede často i naše stručné vyjadřování. Tak např. běžně říkáme, že na Zemi dopadá ze Slunce energie, ačkoliv ve skutečnosti dopadá ze Slunce na Zemi elektromagnetické záření, které je ovšem nositelem určité energie.

Problémy týkající se vyjadřování lze studentům snadno vysvětlit. Tvrdí-li však někdo, že v lidském těle existují akupunkturní dráhy (tzv. meridiány), kterými proudí energie, pak již nejde o sémantický problém, ale o nevědeckou představu. Energie totiž jako fyzikální veličina sama o sobě proudit nemůže. Zde je proto namístě otázka, zda meridiány v lidském těle skutečně existují a co vlastně v údajně existujících meridiánech proudí. Podle nevědeckých představ vycházejících z tradiční čínské medicíny je to jakási živá síla označována názvem *čchi*.

Druhým společným rysem zneužívání pojmu energie je uvádění velkého počtu různých „energií“, které ve skutečnosti neexistují. Tyto představy negativně ovlivňují nejen studenty, ale také široký okruh dospělých lidí, kteří jsou často ochotni za „léčbu energiemi“ zaplatit nemalé peníze. Zábýjeme se proto některými z nich trochu podrobněji.

Bioenergie

Mezi energie, o kterých se hovoří v alternativní medicíně nejčastěji, a které ve skutečnosti neexistují, patří tzv. bioenergie. Bioenergie se někdy ztotožňuje s údajně existující psychickou energií, vitální energií, s indickou pránou nebo s čínským pojmem *čchi*. Z léčitelské literatury se dozvídáme, že bioenergie může být hrubá nebo jemná, čistá nebo špinavá, tmavá nebo světlá, čerstvá nebo opotřebovaná, pozitivní nebo negativní, zdravá nebo

chorobná apod. Léčitelé a psychotronici pojem bioenergie nedefinují, často však tohoto pojmu používají v různých kuriózních souvislostech. Uvedme několik příkladů.

Mnozí čtenáři se ještě pamatují na televizní přenosy na stanici Nova, při nichž psychotronik *Tomáš Pfeifer* nataženýma rukama nabíjel televizní diváky kladnou bioenergií. Jiní psychotronici provádějí za příslušnou úplatu tzv. magnetizérský zákrok. Psychotronik při něm pohybuje rukama s otevřenými dlaněmi těsně nad tělem pacienta, odebírá mu přitom špatnou negativní energii a dodává užitečnou pozitivní bioenergií. Špatnou energii pak psychotronik setřásá ze svého těla prudkými pohyby rukou. Někteří psychotronici však tento způsob zbavování se špatné energie kritizují, neboť setřesená špatná energie pak leží údajně na zemi a může tak přejít na jiného člověka. Tito psychotronici doporučují, aby se špatná energie z rukou nestřásala, ale ničila umytím ruky, nebo opalováním ruky nad hořící svíčkou.

Bioenergií můžeme snadno získat také objímáním stromů. Ještě snadněji můžeme získat bioenergií pomocí „léčivého hrnku s biogenerátorem“, který vyrábí firma Phoenix. Bioenergií vyzařuje v tomto případě keltská spirála, která je umístěna na dně hrnku. Každý nápoj, který obsahuje vodu, je touto spirálou aktivován údajně již za několik minut a stane se tak nápojem s léčivými účinky. Firma Phoenix vyrábí také zvláštní bioenergetické tvarové zářiče, které se nosí zavěšené na krku. U těchto zářičů je však třeba každé tři měsíce vyměnit kožený řemínek, neboť je již nasáklý škodlivou negativní energií.

Zvláštní způsob využití bioenergie uvádí *ing. Janča*. Podle Janči se při přípravě homeopatického léku strojovým protřepáváním ztrácí až 50 % účinku léku. Janča proto doporučuje protřepávání manuální, při kterém do homeopatického léku proudí z rukou bioenergie. Existují firmy, které tímto způsobem homeopatické léky skutečně vyrábějí.

Na možnost krádeže bioenergie upozorňuje jeden z nejznámějších českých psychotroniků *J. Hnilica*. V sérii článků uveřejněných v časopise *Regenerace* Hnilica tvrdí, že existují tzv. „upíři energie“. Jsou to osoby, které od jiných lidí bioenergií odsávají a tím své oběti poškozují a ničí.

Psychická energie

Další formou energie, o které často hovoří léčitelé, je údajně existující psychická energie. Filipínský léčitel reverend *Alex Orbita* v časopise *Regenerace* tvrdí, že koncentrovanou psychickou energií lze pouhým pohledem

rozbít žárovku. Znamé jsou také „operace“ filipínských léčitelů, při nichž lze pomocí psychické energie údajně otevřít lidské tělo a vyjmout nemocnou tkáň, popř. ledvinové kameny. Na těle pacienta nezůstane přitom ani jizva. Ve skutečnosti se jedná o jednoduchý kouzelnický trik, který při udílení Bludných balvanů v r. 2002 předvedl kouzelník a pomocník českých skeptiků *dr. J. Kaiser*. Při tomto triku „léčitel“ v průběhu operace vsune nepozorovaně do levé ruky tenký plastový sáček např. s drůbežími játry. Ve vhodném okamžiku tlakem plastový sáček přetrhne a tím se drůbeží játra dostanou do prohlubeniny na břichu pacienta, kterou léčitel před tím vytvořil palcem. Že lidská důvěřivost nezná mezí, ukazuje případ pacienta, který prodal svůj dům, aby získal prostředky na cestu do Filipín, kde se podrobil „filipínské operaci“.

Kosmická energie

V pseudovědecké literatuře a v šarlatánské praxi se často vyskytuje také kosmická energie. Mnozí psychotronici tvrdí, že energii, kterou předávají svým pacientům, získávají z kosmického prostoru. Pojem kosmické energie přitom nedefinují a nevysvětlují blíže její původ. S kosmickou energií souvisejí také tzv. léčivé obrazy. Autoři těchto obrazů uvádějí, že se jim daří kosmickou energii do těchto obrazů zakódovat. Obrazy pak tuto energii vyzařují a pomáhají tak odstraňovat zdravotní a psychické potíže pacientů. Někteří výtvarníci se na malování a prodej svých léčivých obrazů specializují.

Zvláště kuriózní využití kosmické energie představuje tzv. JL technologie (technologie Joint Line), která je dílem senzibila *Jiřího Langa*. S touto technologií pracuje na komerčním základě firma Libena z Berouna. Tato firma údajně shromažďuje z vesmíru kosmickou léčivou energii a pomocí speciálního vysílače umístěného v Berouně (který však nikdo neviděl) ji pak vysílá svým zákazníkům. Osobní přijímače zachycující tuto energii mají tvar obyčejné mariášové karty s nakresleným obrázkem vyrobené z umělé hmoty. Cena této karty je i několik set korun. Kosmickou energii vysílanou JL technologií lze přijímat také pomocí obálky šarlatánského časopisu *Regenerace*. Na této obálce bývá vytištěn bílý trojúhelník se zeleným kruhem, uvnitř kterého jsou iniciály tvůrce této technologie Jiřího Langa. Podle návodu uveřejněného v časopise *Regenerace* lze obálku časopisu využít např. tak, že se na ní posadíme; léčivá energie pak prostupuje celým tělem.

Podobný účinek jako kosmická energie má také *zemská energie*, jejíž

zdrojem je údajně Země. Vyrábějí a prodávají se speciální pokrývky nebo vložky do bot, které užitečnou zemskou energii v těle udržují a zabráňují tak jejímu úniku.

Pyramidální energie

Mezi nejrozšířenější pavědecké představy související s pojmem energie patří víra v existenci tzv. pyramidální energie. Snad každý se setkal s tvrzením, podle kterého egyptologové, kteří první pronikli do prostředí hrobek, brzy potom vlivem nějaké záhadné energie nebo účinkem nějakého jiného záhadného vlivu zemřeli. Tuto pověru lze však snadno vyvrátit, neboť průměrná úmrtnost egyptologů, kteří otevírali hrobky (včetně hrobky Tutanchamónovy), nepřevyšuje úmrtnost běžné populace.

Psychotronici také tvrdí, že pyramidální energie může mít i všestranný blahodárny účinek. Izraelský občan Rus Anatolij Iaguijev postavil např. na Šumavě s povolením úřadů vysokou pyramidu, uvnitř které se mohou léčit pacienti i se svými domácími miláčky. Podobné pyramidy se staví v Rusku i jinde ve světě. Běžně se také vyrábějí a prodávají malé pyramidy, které slouží jako zdroje léčivé energie.

Podle další velmi rozšířené představy se účinkem pyramidální energie i uvnitř malých modelů pyramid mnohem pomaleji kazí potraviny a samy od sebe se nabrousí žiletky. O nesmyslnosti těchto představ se každý může přesvědčit sám, když kus čerstvého masa nechá uvnitř modelu pyramidy a druhý kus položí vedle; oba kusy se za jinak stejných podmínek zkazí za stejnou dobu. Někteří lidé namítají, že na broušení žiletek uvnitř pyramidy byl udělen vynálezci této metody *ing. K. Drbalovi* patent. To je sice pravda, avšak o udělení patentu nerozhodují vždy fyzikové, ale úředníci patentového úřadu, kteří často fyzice nerozumějí. Bylo by ostatně snadné uvést velký počet různých fyzikálně a technicky nesmyslných vynálezů, které byly rovněž patentovány.

Výše uvedené energie nejsou jediné, které psychotronici údajně využívají. Běžná je např. představa, že drahé kameny mohou dodávat člověku léčivou energii, nebo naopak snímat energii škodlivou. Kámen je přitom považován za jakýsi zásobník energie, který se může občas vybit (např. tekoucí vodou), nebo naopak nabít (např. slunečním nebo měsíčním světlem, popř. zahrabáním do země). Všeobecně je známá také představa o škodlivé energii, kterou vyzařují geopatogenní zóny. Rozmístění těchto zón určují proutkaři. Podle článků *ing. Schröttera* uveřejněných v *Regeneraci* proudí dveřmi do domácnosti také užitečná energie čchi. Způsob jejího proudění je mimo jiné ovlivněn tvarem dveří a směrem jejich otvírání.

Jednotlivé druhy energií uvažované psychotroniky a léčiteli nejsou přesně definovány a často je nelze od sebe oddělit. Představy psychotroniků o těchto energiích jsou nejen nejasné, nejednoznačné a zmatené, ale často také iracionální a protichůdné.

Některé deformace pojmu energie vycházejí zdánlivě z fyzikálních poznatků. Všechny fyzikální síly jsou však vysvětlitelné pomocí čtyř základních interakcí, a proto je třeba odmítnout nevědecké fyzikální představy, které předpokládají další hypotetické interakce, anebo poznatky, které jsou v rozporu s fyzikálními zákony (např. antigravitace, získávání energie z vakuua, využití tzv. volné energie apod.).

Závěrem je třeba upozornit, že jestliže žák získává zkreslené pseudovědecké poznatky již v mladém věku, pak v dospělosti se tyto představy obtížně vyvracejí. Proto je vhodné učit fyziku takovým způsobem, aby vznik šarlatánských a pseudovědeckých názorů byl již od začátku co nejvíce omezen. Z tohoto hlediska je také důležité, aby učitel nejen správně zavedl a rozvíjel pojem energie, ale aby také již od začátku upozorňoval žáky na nevědecká zkreslení tohoto pojmu.

Teoretické úlohy celostátního kola 46. ročníku FO



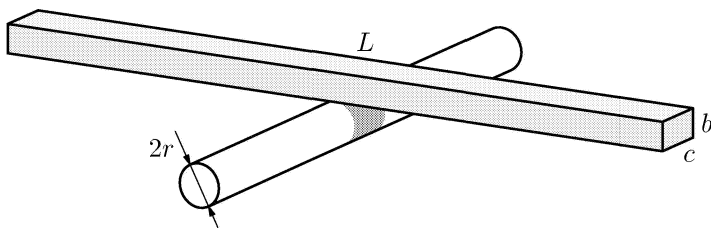
Ve dnech 22. – 25. března se v Hradci Králové uskutečnilo celostátní kolo 46. ročníku fyzikální olympiády (viz zprávu v tomto čísle MFI). V tomto příspěvku uvádíme řešení teoretických úloh, jejichž autory jsou Ing. J. Machalický, CSc. (úloha 1), Mgr. Miroslava Jarešová (úloha 2), prof. Ing. Ivo Čáp, CSc. (úloha 3) a PaedDr. Přemysl Šedivý (úloha 4). Konečnou úpravu úloh provedl PaedDr. Přemysl Šedivý.

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Houpačka

Na tyč kruhového průřezu o poloměru $r = 1,00$ cm upevněnou ve vodorovné poloze je kolmo vodorovně položena homogenní tyč hmotnosti $m = 310$ g, délky $L = 20,0$ cm a obdélníkového průřezu výšky $b = 1,00$ cm a šířky $c = 2,00$ cm (obr. 1). Střed horní tyče se nachází nad osou dolní tyče.

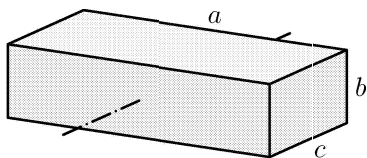
- Ověřte, že při daných rozměrech tyčí se horní tyč nachází ve stabilní rovnovážné poloze.
- Určete periodu T pohybu tyče, který nastane, jestliže horní tyč nepatrně vychýlíme z rovnovážné polohy a necháme ji volně kývat. Předpokládejte, že úhlové výchylky jsou velmi malé a že mezi povrchy v oblasti kontaktu nedochází ke klouzání. Pasivní odpory zanedbejte.



Obr. 1

Moment setrvačnosti homogenního kváдру a rozměrech a , b , c (obr. 2) vzhledem k ose jdoucí jeho středem rovnoběžně s rozměrem c je

$$J_0 = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}.$$



Obr. 2

Řešení:

1. a) Vyjdeme z obr. R1: Odvalování tyče po válci si můžeme představit jako její rotaci kolem okamžitého pólu P . Má-li být původní rovnovážná poloha stabilní, musí být moment tíhové síly vzhledem k pólu P při malém vychýlení namířen proti úhlové výchylce tyče. Vychýlíme-li tyč vpravo o úhel α , má oblouk P_0P délku $r\alpha$. Vektorová přímka tíhové síly musí procházet vlevo od bodu P . Proto

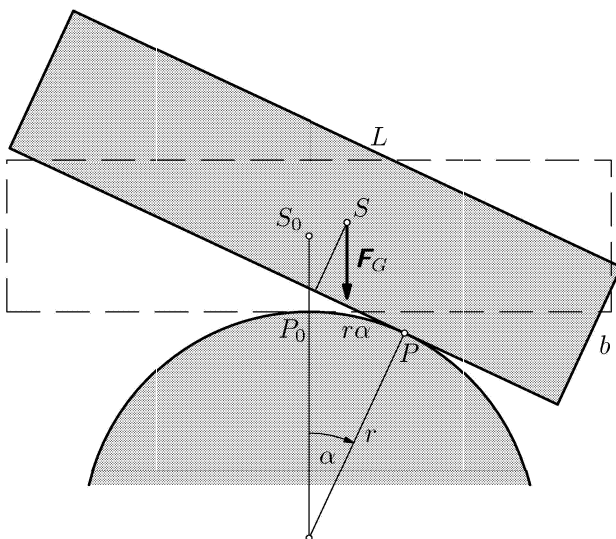
$$r\alpha \cos \alpha > \frac{b}{2} \sin \alpha .$$

Pro malé úhly můžeme položit $\cos \alpha \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$. Pak

$$r\alpha > \frac{b}{2}\alpha , \quad r > \frac{b}{2} .$$

Aby rovnovážná poloha horní tyče byla stabilní, musí být její výška b menší než průměr dolní válcové tyče. To je pro dané hodnoty splněno.

3 body



Obr. R1

b) *Řešení užitím zákona zachování energie:*

Předpokládáme, že se jedná o harmonické kmity s úhlovou frekvencí ω . Pro okamžitou úhlovou výchylku α horní tyče a pro její úhlovou rychlost Ω platí

$$\alpha = \alpha_m \sin \omega t, \quad \Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \omega \alpha_m \cos \omega t,$$

kde α_m je amplituda úhlové výchylky. Po vychýlení o úhel α se hmotný střed S tyče zvedne oproti rovnovážné poloze S_0 do výšky

$$h = r\alpha \sin \alpha - \frac{b}{2}(1 - \cos \alpha) - r(1 - \cos \alpha).$$

Pro malé úhly položíme

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad 1 - \cos \alpha = 1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx \frac{\alpha^2}{2}.$$

Pak $h \approx \left(r - \frac{b}{2}\right) \frac{\alpha^2}{2}$. Považujeme-li potenciální energii tyče v rovnovážné poloze na nulovou, je v krajní poloze

$$E_p = mg \left(r - \frac{b}{2}\right) \frac{\alpha_m^2}{2}.$$

Při návratu do rovnovážné polohy se tyč otáčí s maximální úhlovou rychlostí $\Omega_m = \omega \alpha_m$ okolo pólu P_0 a má kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2} J \Omega_m^2,$$

přičemž podle Steinerovy věty

$$J = \frac{m(L^2 + b^2)}{12} + m \frac{b^2}{4} = \frac{m(L^2 + 4b^2)}{12}.$$

Ze zákona zachování energie plyne

$$mg \left(r - \frac{b}{2}\right) \frac{\alpha_m^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m(L^2 + 4b^2)}{12} \cdot \omega^2 \alpha_m^2,$$

$$\omega^2 = \frac{12 \left(r - \frac{b}{2}\right) g}{L^2 + 4b^2}, \quad \omega = 2\sqrt{\frac{3g \left(r - \frac{b}{2}\right)}{L^2 + 4b^2}} = \frac{2\pi}{T}.$$

Tyč bude kývat s periodou

$$T = \pi\sqrt{\frac{L^2 + 4b^2}{3g \left(r - \frac{b}{2}\right)}}.$$

6 bodů

Pro dané hodnoty $T = 1,65$ s

1 bod

Řešení užitím pohybové rovnice:

Vychýlíme-li horní tyč o úhel α , působí v opačném smyslu moment tíhové síly

$$M = -mg \left(r\alpha \cos \alpha - \frac{b}{2} \sin \alpha \right).$$

Moment setrvačnosti tyče vzhledem k okamžitému pólu P je

$$\begin{aligned} J &= J_0 + m \left[(r\alpha)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \right] = \frac{m(L^2 + b^2)}{12} + m \left[(r\alpha)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \right] = \\ &= \frac{m [L^2 + 4b^2 + 12(r\alpha)^2]}{12}. \end{aligned}$$

Užitím druhé impulsové věty $M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha}$ dostaneme pohybovou rovnici

$$-mg \left(r\alpha \cos \alpha - \frac{b}{2} \sin \alpha \right) = \frac{m [L^2 + 4b^2 + 12(r\alpha)^2]}{12} \ddot{\alpha}.$$

Pro kmity s malou amplitudou můžeme použít aproximace $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$ a zanedbat člen $12(r\alpha)^2$. Pohybová rovnice se zjednoduší na tvar

$$-mg \left(r - \frac{b}{2} \right) \alpha = \frac{m(L^2 + 4b^2)}{12} \ddot{\alpha}, \quad \ddot{\alpha} = \frac{12g \left(r - \frac{b}{2} \right)}{L^2 + 4b^2} \alpha,$$

což je rovnice harmonických kmitů s úhlovou frekvencí

$$\omega = 2\sqrt{\frac{3g \left(r - \frac{b}{2} \right)}{L^2 + 4b^2}}$$

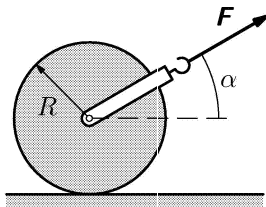
a periodou

$$T = \pi \sqrt{\frac{L^2 + 4b^2}{3g \left(r - \frac{b}{2}\right)}}.$$

2. Válec

Válec o hmotnosti m , poloměru R a momentu setrvačnosti $J_0 = \frac{1}{2}mR^2$ se valí po vodorovné rovině působením síly $\mathbf{F}$, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α (obr. 3). Součinitel smykového tření mezi válcem a rovinou je f , valivý odpor je zanedbatelný.

- Určete maximální velikost $F_{\max}$ síly $\mathbf{F}$, při které ještě nedochází k prokluzu, a tomu odpovídající úhlové zrychlení $\varepsilon_{\max}$ válce.
- Jak musíme zvolit úhel α , aby velikost $F_{\max}$ síly $\mathbf{F}$, při které ještě nedochází k prokluzu, byla co nejmenší? Jaké hodnoty pak mají veličiny určené v úkolu a)?



Obr. 3

Úlohu a) řešte jen obecně. Úlohu b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 5,0$ kg, $R = 10$ cm a $f = 0,25$.

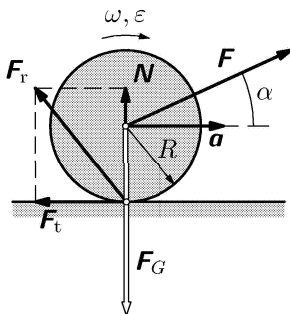
Řešení:

- a) Vydeme z obr. R2. Na válec působí kromě síly $\mathbf{F}$ ještě tíhová síla $\mathbf{F}_G$ a reakce $\mathbf{F}_r$ vodorovné roviny, která má normálovou složku $\mathbf{N}$ a tečnou složku $\mathbf{F}_t$ – třecí sílu. Z pohybových zákonů plyne

$$F \cos \alpha - F_t = ma, \quad (1)$$

$$F \sin \alpha + N = mg, \quad N = mg - F \sin \alpha, \quad (2)$$

$$F_t R = J_0 \varepsilon = \frac{mR^2}{2} \varepsilon. \quad (3)$$



Obr. R2

Pokud valení probíhá bez prokluzu, platí ještě

$$a = R\varepsilon, \quad (4)$$

kde ε je úhlové zrychlení válce a a je zrychlení jeho těžiště. Pak

$$F_t R = J_0 \frac{a}{R} = \frac{mRa}{2}, \quad F_t = \frac{ma}{2}. \quad (5)$$

Z rovnic (1) a (5) plyne

$$F \cos \alpha = F_t + ma = \frac{3}{2}ma = 3F_t, \quad F_t = \frac{F \cos \alpha}{3}. \quad (6)$$

Pro smykové tření musí platit $F_t \leq fN$. Z toho

$$\frac{F \cos \alpha}{3} \leq f(mg - F \sin \alpha), \quad F \leq \frac{3fmg}{\cos \alpha + 3f \sin \alpha},$$

$$F_{\max} = \frac{3fmg}{\cos \alpha + 3f \sin \alpha}. \quad (7)$$

Z (3), (6) a (7) dostaneme

$$\varepsilon_{\max} = \frac{F_{t \max} \cdot R}{J_0} = \frac{F_{\max} \cos \alpha \cdot R}{3J_0} = \frac{2fg \cos \alpha}{R(\cos \alpha + 3f \sin \alpha)} \quad (8)$$

4 body

- b) Hodnoty vypočítané podle rovnic (7) a (8) budou nejmenší pro takový úhel α , pro který výraz $\cos \alpha + 3f \sin \alpha$ dosahuje maxima. Nutná podmínka pro to je, aby první derivace tohoto výrazu podle α byla nulová:

$$\frac{d(\cos \alpha + 3f \sin \alpha)}{d\alpha} = -\sin \alpha + 3f \cos \alpha = 0, \quad \operatorname{tg} \alpha = 3f.$$

Že se skutečně jedná o maximum, ověříme pomocí druhé derivace:

$$\frac{d^2(\cos \alpha + 3f \sin \alpha)}{d\alpha^2} = -\cos \alpha - 3f \sin \alpha < 0 \quad \text{pro} \quad \alpha \in (0, 90^\circ).$$

Hodnoty $F_{\max}$ a $\varepsilon_{\max}$ jsou tedy nejmenší pro úhel

$$\alpha = \operatorname{arctg} 3f = \operatorname{arctg} 0,75 = 36,9^\circ.$$

3 body

Pro daný úhel platí

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 9f^2.$$

Z toho

$$\sin \alpha = \frac{3f}{\sqrt{1+9f^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+9f^2}},$$

$$F_{\max} = \frac{3fmg}{\frac{1}{\sqrt{1+9f^2}} + 3f \frac{3f}{\sqrt{1+9f^2}}} = \frac{3mgf}{\sqrt{1+9f^2}} = 29,4 \text{ N},$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{2fg \frac{1}{\sqrt{1+9f^2}}}{R \left(\frac{1}{\sqrt{1+9f^2}} + 3f \frac{3f}{\sqrt{1+9f^2}} \right)} = \frac{2fg}{R(1+9f^2)} = 31,4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}.$$

3 body

(Pokračování)

Pohyb telesa s premennou hmotnosťou

IGOR ŠTUBŇA

Fakulta prírodných vied UKF, Nitra, SLOVENSKO

Problematika pohybu telesa s premennou hmotnosťou je veľmi zaujímavá. Nepatrí však medzi základné témy dynamiky hmotného bodu ani v gymnaziálnej fyzike, ani v základnom kurze vysokoškolskej fyziky. Výnimku tvorí len pohyb rakety, napr. v učebniciach [1, 2]. V tomto príspevku ukážeme odvodenie pohybovej rovnice telesa s premennou hmotnosťou a ukážeme jej použitie na niekoľkých príkladoch, v ktorých všetky pohyby sú priamočiare.

Použijeme Newtonov zákon sily v tvare $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$, kde $\mathbf{p}$ je hybnosť telesa. Os x má smer pohybu telesa. Nech sa k telesu s hmotnosťou m približuje prúd častíc, ktoré sa priliepagú k telesu. Z prúdu si vyčleníme malý úsek s hmotnosťou dm , ktorý má hybnosť $d\mathbf{p}_m$ a počas pripájania sa k telesu táto hybnosť sa mení rýchlosťou $d\mathbf{p}_m/dt$. Podľa definície sily môžeme tento výraz považovať za silu, ktorá bude pôsobiť na teleso počas procesu pripájania sa vyčleneného úseku prúdu častíc k veľkému telesu. Takže zákon sily môžeme teraz napísať takto [2, 3]:

$$\frac{s\mathbf{p}}{st} = \mathbf{F} + \frac{s\mathbf{p}_m}{st} \quad (1)$$

Táto rovnica má platnosť len po dobu splývania do seba oboch telies s hmotnosťami m a dm . Nech je rýchlosť prúdu častíc voči nehybnej súradnicovej sústave $\mathbf{v}_m$ a voči telesu nech je táto (relatívna) rýchlosť $\mathbf{v}'$. Potom $s\mathbf{p}_m = \mathbf{v}_m sm = (\mathbf{v} + \mathbf{v}')sm$, kde $\mathbf{v}$ je rýchlosť telesa. Rovnica (1) po dosadeniach a vykonanej derivácii ľavej strany bude

$$m \frac{s\mathbf{v}}{st} + \mathbf{v} \frac{sm}{st} = \mathbf{F} + (\mathbf{v} + \mathbf{v}') \frac{sm}{st}$$

a po úprave

$$m \frac{s\mathbf{v}}{st} = \mathbf{F} + \mathbf{v}' \frac{sm}{st}, \quad (2)$$

čo je Meščerského pohybová rovnica. Veličina $\mathbf{F}$ je vonkajšia sila pôsobiaca na teleso. Pre prípad pripájania látky k telesu máme $sm/st > 0$, pre prípad

oddeľovania látky od telesa je $sm/st < 0$. O znamienku relatívnej rýchlosti sa rozhodujeme podľa jej orientácie voči smeru pohybu telesa. Z rovnice vidíme, že aj keď vonkajšia sila nepôsobí, na pravej strane je nenulový člen. Oddeľovanie, alebo pripájanie látky k telesu je rovnocenné sile, ktorá má smer zrýchlenia telesa. Ak ide o oddeľovanie látky od telesa, túto silu nazývame reaktívnou.

Teraz preberieme niekoľko ukážok pohybu telesa s premennou hmotnosťou.

1. Zaoberajme sa reaktívnym pohonom rakety, za predpokladu, že neuvažujeme vonkajšiu silu. Počiatočná hmotnosť rakety je m_0 a z nej ubúda lineárne s časom zhorené palivo, t. j. hmotnosť rakety sa mení podľa vzťahu $m = m_0 - kt$. Rýchlosť unikajúcich spalín voči rakete je v' . Treba vypočítať rýchlosť rakety.

Prípad budeme riešiť pomocou rovnice (2). Tu je $v' < 0$, pretože rýchlosť zhoreného paliva (plynov) je orientovaná proti osi x (t.j. proti pohybu rakety) a $sm/st = -k$. Potom z (2) vyplýva

$$(m_0 - kt) \frac{sv}{st} = -v'(-k),$$

odkiaľ po úpravách a integrovaní v hraniciach od 0 po t a od 0 po v dostaneme

$$v = v' \ln \frac{m_0}{m_0 - kt}. \quad (3)$$

Toto je známa Ciolkovského rovnica, ktorá je zvyčajne v učebniciach uvedená nie ako výsledok Meščerského pohybovej rovnice, ale odvodzuje sa zo zákona zachovania hybnosti [1, 2].

2. Predstavme si, že raketa štartuje kolmo nahor v tiažovom poli. Akú najväčšiu výšku dosiahne?

Nech raketa naplnená palivom má hmotnosť m_1 a raketa bez paliva má hmotnosť m_2 . Ak palivo ubúda rovnomerne s časom, potom bude hmotnosť rakety $m = m_1 - kt$. Palivo vyhorí za čas $t_{vp} = (m_1 - m_2)/k$. V tiažovom poli pri zvislej trajektórii bude na raketu po dobu horenia paliva pôsobiť vonkajšia sila $F = mg = (m_1 - kt)g$ orientovaná proti pohybu rakety. Meščerského rovnica bude

$$(m_1 - kt) \frac{sv}{st} = -v'(-k) - (m_1 - kt)g,$$

po úprave

$$sv = \frac{kv'}{m_1 - kt}st - gst$$

a jej riešenie je

$$v = v' \ln \frac{m_1}{m_1 - kt} - gt. \quad (a)$$

Na konci vyhorenia paliva bude mať raketa rýchlosť

$$v_{vp} = v' \ln \frac{m_1}{m_2} - \frac{m_1 - m_2}{k}g. \quad (b)$$

Výšku výstupu rakety počas práce jej motora vypočítame z rovnice $sy = vst$. Po dosadení (a) a integrovaní dostaneme

$$y = \frac{v'm}{k} \left[\frac{m_1 - kt}{m_1} \left(\ln \frac{m_1 - kt}{m_1} - 1 \right) + 1 \right] - \frac{gt^2}{2}.$$

Výška rakety v okamihu vyhorenia všetkého paliva bude

$$y_{vp} = \frac{v'm_1}{k} \left[\frac{m_2}{m_1} \left(\ln \frac{m_2}{m_1} - 1 \right) + 1 \right] - \frac{g}{2} \left(\frac{m_1 - m_2}{k} \right)^2. \quad (c)$$

Od tohto okamihu nastáva zvislý vrh nahor s počiatočnou rýchlosťou danou vzťahom (b). Pri tomto vrhu sa dosiahne zväčšenie výšky o $(v_{vp}^2/2h)$, čo musíme pripočítať k y_{vp} . Takže celková výška, ktorú dosiahne raketa je

$$\begin{aligned} y_{\max} = & \frac{v'm_1}{k} \left[\frac{m_2}{m_1} \left(\ln \frac{m_2}{m_1} - 1 \right) + 1 \right] - \frac{g}{2} \left(\frac{m_1 - m_2}{k} \right)^2 + \\ & + \frac{1}{2g} \left(v' \ln \frac{m_1}{m_2} - \frac{m_1 - m_2}{k}g \right)^2. \end{aligned}$$

3. Predstavme si, že raketa má rýchlosť v_0 a začne brzdiť pomocou reaktívneho motora. Jej hmotnosť ubúda podľa vzťahu $m = m_0 - kt$. Ako sa bude meniť rýchlosť rakety s časom?

Prípád budeme riešiť pomocou rovnice (2). Tu je teraz $v' > 0$, pretože rýchlosť zhoreného paliva (plynov) je orientovaná v smere osi x (pohybu rakety) a $sm/st = -k$. Potom z (2) vyplýva

$$(m_0 - kt) \frac{sv}{st} = v'(-k),$$

odkiaľ po úpravách a integrovaní v hraniciach od 0 po t a od v_0 po v dostaneme

$$v = v_0 - v' \ln \frac{m_0 - kt}{m_0}. \quad (3)$$

4. Do nádoby na vozíku strieka voda, takže celková hmotnosť vozíka sa mení s časom podľa vzťahu $m = m_0 + kt$, kde m_0 je hmotnosť vozíka s prázdnu nádobou. Vozík je ťahaný konštantnou silou F . Voda strieka v smere pohybu vozíka. (Tento príklad je modifikáciou príkladu uvedeného v [3]).

Nech je v'_x zložka relatívnej rýchlosti vody v smere pohybu vozíka, takže $v'_x > 0$ a $sm/st = k$. Mešcherského rovnica (2) bude

$$(m_0 + kt) \frac{sv}{st} = v'_x(+k) + F.$$

Pre počiatočnú podmienku $v(0) = 0$ bude rýchlosť vozíka

$$v = \frac{kv'_x + F}{k} \ln \frac{m_0 + kt}{m_0}.$$

5. Teleso vletí do prostredia, ktorého častice sa nalepujú na povrch telesa. Hmotnosť telesa narastá priamo úmerne jeho rýchlosti. Teleso sa pohybuje v priestore, kde naň nepôsobia vonkajšie sily. Ako sa bude meniť hmotnosť telesa? Aký bude pohyb telesa?

Častice prostredia narážajú na teleso a tým ho brzdia. Čím ide teleso rýchlejšie, tým za jednotku času sa prilepí na jeho čelný povrch viac častíc. Zmena hmotnosti telesa je podľa tohto priamo úmerná rýchlosti telesa $\frac{sm}{st} = kv$. V Mešcherského rovnici bude $F = 0$ a rýchlosť priliepajúcich sa častíc voči telesu je $v' = -v$ (pre pozorovateľa na telese častice letia oproti, znamienko ich rýchlosti je mínus). Rovnica (2) nadobudne tvar

$$m \frac{sm}{st} = -v(kv),$$

alebo

$$ma = -kv^2,$$

odtiaľto

$$a = -\frac{kv^2}{m}.$$

Pohyb telesa bude spomalený.

6. Máme polievacie auto, z ktorého strieka voda na boky a hmotnosť auta sa mení s časom podľa rovnice $m = m_0 - kt$, kde m_0 je hmotnosť práve vodou naplneného auta. Motor vyvíja ťahovú silu F . Nájdite rýchlosť auta, ak sila F je konštantná.

Voda striekajúca na obe strany kolmo ku smeru pohybu auta vytvára dve reakčné sily, ktoré sa rušia, a teda na pohyb auta nepôsobia. Relatívna rýchlosť prúdu vody nemá zložku v smere pohybu auta, takže Mešcherského rovnica pre tento prípad bude

$$(m_0 - kt) \frac{sm}{st} = F.$$

Pre počiatočnú podmienku $v(0) = 0$ bude rovnica mať riešenie

$$v = \frac{F}{k} \ln \frac{m_0}{m_0 - kt}.$$

Poznámka: Príklady č. 5, 6 sú prebraté zo zbierky [4].

Literatúra

- [1] *Marek, J. a kol.:* Fyzika pre 1. ročník gymnázia. SPN, Bratislava 1974.
- [2] *Horák, Z. – Krupka, F.:* Fyzika pro vysoké školy technického směru. SNTL/ALFA, Praha 1981.
- [3] *Chandler, D.:* Newton's second law for systems with variable mass. The Physics Teacher, 38, 2000, N7, p. 396.
- [4] *Štubňa, I. – Zelenický, L. – Gál, T.:* Príklady a úlohy z mechaniky. Edícia prírodovedec, č. 97, UKF Nitra, Nitra 2002, 114 s. ISBN 80-8050-561-6