Matematický klokan pro žáky základních škol II

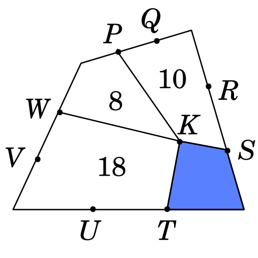
DAVID NOCAR – VLADIMÍR VANĚK

Pedagogická fakulta UP – Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

V příspěvku [1] jsme se věnovali úplným řešením vybraných úloh soutěže Matematický klokan, kategorie Benjamín. Nyní se zaměříme na kategorii Kadet. Hlavním cílem tohoto příspěvku je opět nabídnout čtenářům – zájemcům o uvedenou soutěž – úplná řešení zajímavých úloh, které jsou určeny žákům 8. a 9. ročníků základní školy a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií.

Všechny „klokanské" úlohy jsou formulovány tak, aby byly řešitelné pouhou úvahou přiměřenou věku řešitele. V textu lze nalézt jak řešení, která využívají matematický aparát přesahující znalosti žáků daného věku, tak řešení úvahou, které se u úloh tohoto typu očekává. Neklademe si za cíl uvést všechna řešení úloh. Vybírali jsme především taková řešení, která může učitel využít ve výuce v rámci konkrétního učiva.

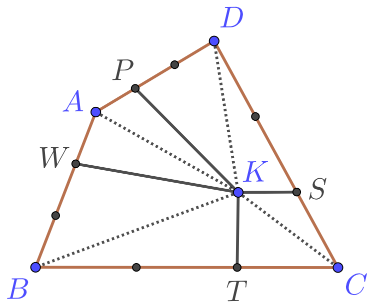
Kadet (MK 2021, úloha č. 24)
Na obrázku je velký čtyřúhelník rozdělený na čtyři menší se společným vrcholem K. Ostatní označené body rozdělují strany velkého čtyřúhelníku vždy na tři stejné části. Čísla udávají obsahy příslušných malých čtyřúhelníků.



Jaký je obsah modrého čtyřúhelníku?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 6,5 (E) 7

Řešení 1. Uvažujme velký čtyřúhelník $ABCD$, kde $a = |AB|$, $b = |BC|$, $c = |CD|$, $d = |DA|$ (viz obrázek). Nechť s je obsah hledaného čtyřúhelníku. Rozdělme každý ze čtyř malých čtyřúhelníků na dva trojúhelníky tak, jak je naznačeno na obr. 1.



Obr. 1

Následující rovnice vyjadřují obsahy jednotlivých malých čtyřúhelníků, kde v_a, v_b, v_c a v_d jsou po řadě délky výšek v trojúhelnících ABK, BCK, CDK a DAK z vrcholu K.

$$S_{BTKW}: \quad \tfrac{2}{3}(\tfrac{1}{2}a \cdot v_a) + \tfrac{2}{3}(\tfrac{1}{2}b \cdot v_b) = 18, \tag{1}$$

$$S_{WKPA}: \quad \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{2}a \cdot v_a) + \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{2}d \cdot v_d) = 8, \tag{2}$$

$$S_{PKSD}: \quad \tfrac{2}{3}(\tfrac{1}{2}c \cdot v_c) + \tfrac{2}{3}(\tfrac{1}{2}d \cdot v_d) = 10, \tag{3}$$

$$S_{KTCS}: \quad \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{2}b \cdot v_b) + \tfrac{1}{3}(\tfrac{1}{2}c \cdot v_c) = s. \tag{4}$$

Odečteme-li rovnici (3) od dvojnásobku rovnice (2), resp. dvojnásobek rovnice (4) od rovnice (1), dostáváme

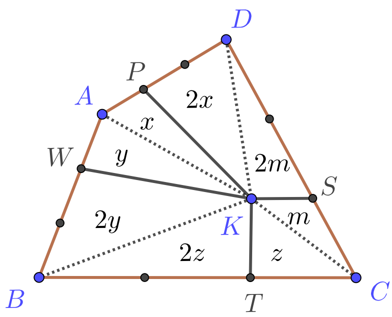
$$\frac{2}{6}(a \cdot v_a - c \cdot v_c) = 6,$$

resp.

$$\frac{2}{6}(a \cdot v_a - c \cdot v_c) = 18 - 2s.$$

Odtud $s = 6$.

Řešení 2. Jiné řešení vychází ze stejného obrázku, ovšem explicitně nevyužívá výšek trojúhelníku. Trojúhelníky BTK a TCK mají stejnou výšku v_b, ovšem velikosti základen jsou v poměru 2 : 1. Tedy obsahy trojúhelníků jsou rovněž v poměru 2 : 1. Obdobně pro další dvojice trojúhelníků. V obrázku můžeme vyznačit písmeny x, y, z, m obsahy příslušných trojúhelníků.



Obr. 2

Odtud

$$
\begin{aligned}
2x + 2m &= 10, && (5)\\
x + y &= 8, && (6)\\
2y + 2z &= 18, && (7)\\
m + z &= s. && (8)
\end{aligned}
$$

Sečtením rovnic (5) a (7), získáme po úpravě rovnici $x + y + m + z = 14$. Vzhledem k rovnici (6) pak platí $s = m + z = 6$, což je hledaný výsledek.

Závěr: Obsah hledaného čtyřúhelníku je 6.

Kadet (MK 2013, úloha č. 19)
Lukáš si vybral pětimístné kladné celé číslo a vymazal jednu číslici, aby měl čtyřmístné číslo. Součet tohoto čtyřmístného čísla a původního pětimístného čísla je 52 713. Vypočítejte součet číslic původního pětimístného čísla.

(A) 17 (B) 19 (C) 23 (D) 24 (E) 26

Řešení. Nechť původní pětimístné číslo má tvar $\overline{abcde}$. Je zřejmé, že vymazanou číslicí musela být ta na místě jednotek, tedy e. Pokud by Lukáš vymazal kteroukoliv jinou, pak by součet původního pětimístného a nového čtyřmístného čísla byl sudý, což není. Graficky může součet označit takto:

$$\begin{array}{r} \overline{abcde} \\ + \quad \overline{abcd} \\ \hline 52713 \end{array}$$

Pro původní pětimístné číslo jistě platí:

$$\overline{abcde} = \overline{abcd0} + e = 10 \cdot \overline{abcd} + e.$$

Můžeme tedy Lukášův součet psát ve tvaru

$$10 \cdot \overline{abcd} + e + \overline{abcd} = 52713,$$

neboli

$$11 \cdot \overline{abcd} = 52713 - e, \quad \text{kde } e \in \{0, 1, \ldots, 9\}.$$

Vzhledem k uvedenému musí být výraz na pravé straně dělitelný jedenácti a to pro nejvýše jedno číslo e. Snadno podle kritéria dělitelnosti jedenácti zjistíme, že hledané $e = 1$. Pokud kritérium neznáme, stačí číslo 52713 dělit 11 a dohledat zbytek po dělení.

Nyní můžeme postupovat několika způsoby. Například využijeme dosazení $e = 1$ do výše zmíněného grafického zápisu součtu a postupně dohledáváme zbývající číslice (pokud jsme v předchozím kroku využili kritéria dělitelnosti), případně dělením čísla 52713 číslem 11, získáme přímo hodnotu $\overline{abcd} = 4792$.

Závěr: Součet číslic původního pětimístného čísla je $4 + 7 + 9 + 2 + 1 = 23$.

Kadet (MK 2014, úloha č. 22)
Skupina lidí se skládá z *pravdomluvných* (vždy říkají pravdu), *střídavých* (pravidelně střídají pravdu a lež, tj. odpovědí-li na první otázku lživě, na druhou odpovědí pravdivě, na třetí zase lživě atd.), a *lhářů* (vždy lžou). Každému byly po sobě položeny tři následující otázky. Na otázku: „Jste pravdomluvný?“ odpovědělo 17 lidí „Ano“. Na otázku: „Jste střídavý?“ odpovědělo 12 lidí „Ano“ a na otázku: „Jste lhář?“ odpovědělo „Ano“ 8 lidí. Kolik je ve skupině pravdomluvných?

(A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 13 (E) 17

Řešení 1: Pro větší přehlednost si nejprve označme počet pravdomluvných P, počet střídavých, kteří právě mluví pravdu S_P, počet střídavých, kteří aktuálně lžou S_L, a počet lhářů L.

Začněme analyzovat odpovědi od poslední (třetí) otázky „Jste lhář?“. Na ni mohli odpovědět „Ano“ pouze střídaví, kteří aktuálně lhali, tedy $S_L = 8$.

Na druhou otázku „Jste střídavý?“ odpověděli „Ano“ pouze lháři a střídaví, kteří aktuálně mluvili pravdu. Jsou to stejní střídaví, kteří na třetí otázku lhali, nebo-li $L + S_P = L + 8 = 12$, odtud $L = 4$.

Na první otázku „Jste pravdomluvný?“ odpověděli „Ano“ všichni pravdomluvní, lháři a střídaví, kteří aktuálně lhali (a lhali i u třetí otázky). Celkem $P + L + S_L = P + 4 + 8 = 17$, tedy $P = 5$.

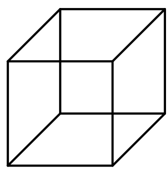
Řešení 2: Úlohu lze zjednodušit úvahou, že pokud střídavý člověk odpoví pravdivě na první otázku, budou všechny jeho odpovědi znít „Ne“, tudíž lze tuto skupinu ve výpočtu zanedbat. Naopak pokud střídaví v první otázce odpoví lživě „Ano“, budou odpovídat „Ano“ na všechny otázky. Označme si tuto skupinu S_{L_1}. Pak lze úlohu řešit od první otázky a jednoduše ji zaznačit do tabulky:

	P	S_{L_1}	L	odpovědí „Ano“
1. otázka	P	S_{L_1}	L	17
2. otázka	0	S_{L_1}	L	12
3. otázka	0	S_{L_1}	0	8

Z tabulky je rovněž patrné, že informace o odpovědích na třetí otázku není pro řešení úlohy nutná.

Závěr: Ve skupině je 5 pravdomluvných osob.

Kadet (MK 2015, úloha č. 21)
Kamil má sedm kousků drátu o délkách 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm a 7 cm. Některé z těchto kousků použije k vytvoření drátěné modelu krychle o hranách délky 1 cm bez jakýchkoli překrytí. Určete nejmenší počet drátů, které může Kamil použít.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

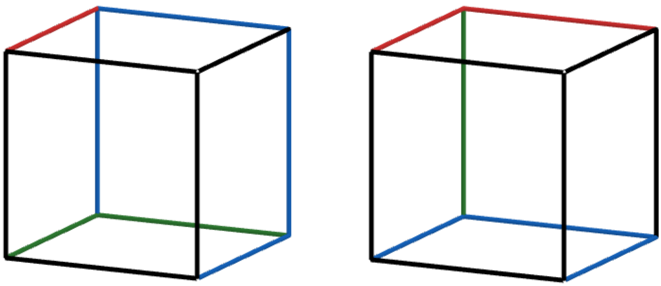
Řešení: Krychle má 8 vrcholů, 12 hran a každý vrchol je koncovým bodem tří hran. Každý z drátů má zřejmě dva konce a v každém vrcholu bude buď jeden, nebo tři konce některých drátů. V osmi vrcholech tak musí být minimálně osm konců drátů, proto nám nemohou stačit ani jeden, ani dva, ani tři dráty. Musíme tedy použít minimálně čtyři dráty. Ukažme, že jich nemůže být více.

Zadané délky drátů jsou 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, a 7 cm, přičemž pro uvedený drátěný model krychle je potřeba celkem 12 cm drátu. Pokud bychom chtěli využít pěti drátů, zjistíme, že součet délek pěti nejkratších drátů 15 cm.

Nutnou podmínkou pro řešení úlohy je tedy využití čtyř drátů. Vzhledem k pravidlům soutěže jsme řešení našli. Ovšem o úplném řešení úlohy nemůžeme mluvit. Nejedná se totiž o podmínku postačující. Musíme ukázat, že takový model lze ze čtyř drátů sestavit.

Využijme znovu součet délek hran krychle (12 cm). Z nabízených drátů můžeme vybrat pouze čtveřice (1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm), nebo (1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm).

Obě možnosti vidíme na obr. 3.



(1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm) (1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm)

Obr. 3

Závěr: K vytvoření zadaného modelu krychle je třeba čtyř drátů.

Kadet (MK 2015, úloha č. 24)
Včera jsem si zapsal telefonní číslo svého přítele Emila. Telefonní číslo na mém lístečku má šest číslic, ale vzpomínám si, že Emilovo číslo má číslic sedm. Vůbec si nevzpomínám, kterou z číslic jsem zapomněl napsat ani kde se v telefonním čísle nacházela. Najděte nejmenší možný počet různých telefonních čísel, která budu muset zkusit, abych měl jistotu, že mezi nimi je správné telefonní číslo. (Telefonní číslo může začínat jakoukoliv číslicí včetně 0.)

(A) 55 (B) 60 (C) 64 (D) 70 (E) 80

Řešení: Emilovo číslo, které jsem si napsal na lísteček označme následujícím způsobem $\overline{ABCDEF}$, kde $A, B, C, D, E, F \in \{0, 1, \dots, 9\}$. Označme $\star$ pozice (je jich celkem sedm), kde se může nacházet zapomenutá číslice, která je opět z množiny $\{0, 1, \dots, 9\}$:

$$\star A \star B \star C \star D \star E \star F \star .$$

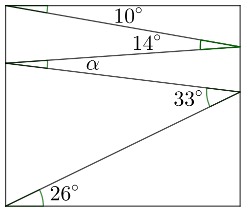
Pozici první hvězdičky zleva můžeme obsadit deseti různými číslicemi. Nastane právě jeden případ, kdy na prvních dvou místech $\star A$ sedmimístného čísla $\overline{\star ABCDEF}$ jsou stejné číslice. Pokud by zapomenutá číslice byla na pozici druhé $\star$ zleva, pak ji můžeme obsadit pouze devíti různými číslicemi. Musíme vynechat případ, kdy je na prvních dvou pozicích $A\star$ opět dvojice stejných čísel (ten jsme již jednou započítali). Totéž platí pro všechny další pozice.

Celkem máme deset možností pro hodnotu první $\star$ a po devíti možnostech u všech zbývajících $\star$, tedy $10 + 9 \cdot 6 = 64$.

Závěr: Hledaných telefonních čísel je tedy 64.

Kadet (MK 2018, úloha č. 12)
Petr rýsuje uvnitř obdélníku úsečky, které svírají úhly o velikostech $10°$, $14°$, α, $33°$, $26°$, jak je znázorněno na obrázku. Určete α.

(A) $11°$ (B) $12°$ (C) $16°$ (D) $17°$ (E) $33°$



Řešení 1: Úlohu lze řešit různými přístupy a dle toho užít různého matematického aparátu. Začneme např. zleva, tj. budeme postupovat podle levé strany obdélníku (viz obr. 4). Začínáme v levém horním vrcholu pravým úhlem. Od jeho velikosti odečteme známou část $10°$.

$$90° - 10° = 80°.$$

Dále dopočítáme zbývající hodnotu třetího úhlu v trojúhelníku. Již známe hodnoty dvou vnitřních úhlů trojúhelníku tj. vypočítaná hodnota $80°$ a zadaná hodnota $14°$.

$$180° - (80° + 14°) = 86°.$$

Totéž provedeme odspodu počínaje levým spodním vrcholem obdélníku. Od jeho velikosti odečteme známou část $26°$.

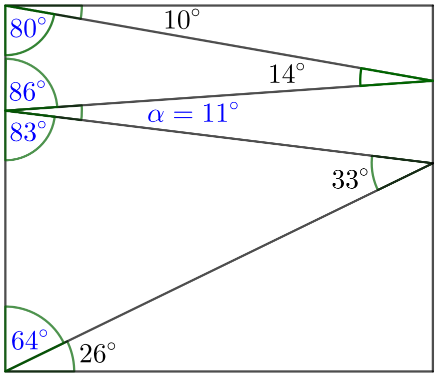
$$90° - 26° = 64°.$$

Opět pokračujeme dopočítáním velikosti třetího vnitřního úhlu v trojúhelníku. Známé hodnoty zbývajících dvou úhlů jsou vypočítaná hodnota 64° a zadaná hodnota 33°.

$$180^\circ - (64^\circ + 33^\circ) = 83^\circ.$$

Nyní se dostáváme k úhlu α, jehož velikost vypočítáme *jako doplněk do přímého úhlu*. V prvním kroku jsme se dopočítali k části přímého úhlu rovné 86° a ve druhém kroku jsme se dopočítali k části přímého úhlu rovné 83°.

$$\alpha = 180^\circ - (86^\circ + 83^\circ) = 11^\circ.$$



Obr. 4

Řešení 2: Zde budeme postupovat obdobně jako u předchozího řešení, ale budeme postupovat podél pravé strany obdélníku (viz obr. 5). Začneme v pravém horním vrcholu pravým úhlem. Ten je součástí pravoúhlého trojúhelníka s dalším známým úhlem velikosti 10°. Dopočítáme velikost zbývajícího úhlu v trojúhelníku.

$$180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ.$$

Vypočítaná hodnota velikosti zbývajícího úhlu v trojúhelníku je příslušná vrcholu trojúhelníku, který budeme dále považovat za vrchol přímého úhlu rozděleného na tři části. Neznámou třetí část získáme z vypočítané hodnoty v předchozím kroku a zadané hodnoty 14°.

$$180^\circ - (80^\circ + 14^\circ) = 86^\circ.$$

Stejným způsobem budeme pokračovat odspodu. Pravý spodní vrchol obdélníku je součástí pravoúhlého trojúhelníku s dalším známým úhlem velikosti 26°. Dopočítáme velikost zbývajícího úhlu v trojúhelníku.

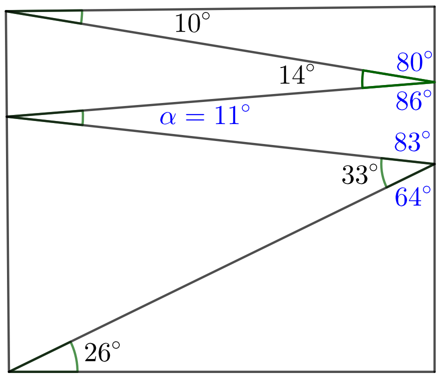
$$180^\circ - (90^\circ + 26^\circ) = 64^\circ.$$

Vrchol příslušný tomuto úhlu v pravoúhlém trojúhelníku budeme dále považovat za vrchol přímého úhlu rozděleného na tři části. Hodnota jedné části je výsledkem předchozího kroku a dále známe zadanou hodnotu 33°. Vypočítáme hodnotu zbývající části.

$$180^\circ - (64^\circ + 33^\circ) = 83^\circ.$$

Nyní můžeme vypočítat velikost úhlu α *jako velikost neznámého úhlu v trojúhelníku*. V prvním kroku jsme se dopočítali k jednomu úhlu v trojúhelníku o velikosti 86°. V druhém kroku jsme se dopočítali k dalšímu úhlu o velikosti 83° téhož trojúhelníku.

$$\alpha = 180^\circ - (86^\circ + 83^\circ) = 11^\circ.$$



Obr. 5

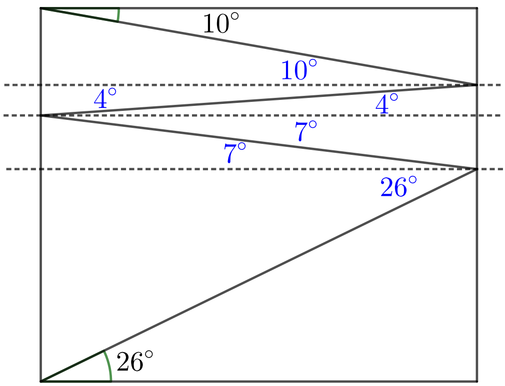
V předchozích dvou řešeních, i když v prvním se velikost úhlu α, získala jako doplněk do přímého úhlu a v druhém řešení se tatáž hodnota získala jako velikost třetího úhlu v trojúhelníku, ve finále vyplynul stejný vztah se stejnými hodnotami. V podstatě veškeré vypočítané hodnoty byly u obou řešení stejné. Kromě toho, že velikost přímého úhlu je totožná se součtem vnitřních úhlů trojúhelníku je zde i další souvislost mezi velikostmi úhlů v zadaném obrazci.

Řešení 3: Jelikož se jedná o „klokanskou“ úlohu, lze předpokládat existenci rychlejšího řešení, než které plyne na první pohled za zadání a s tím související užitý matematický aparát. Úlohu jsme již řešili zleva i zprava, nyní zkusíme něco mezi. Mezi ramena vytyčených úhlů doplníme přímky procházející jejich vrcholy rovnoběžné s dolní stranou obdélníku. Původně zkonstruované úhly v obdélníku se nám rozdělí na dílčí části (kromě krajních). Velikosti úhlů začneme počítat např. shora (viz obr. 6).

Vezmeme-li v úvahu horní stranu obdélníku a první rovnoběžku, získáváme dvojici střídavých úhlů, které jsou shodné. Tudíž k úhlu velikosti 10° získáváme druhý shodný úhel a zbytek do zadaného úhlu velikosti 14° představuje úhel velikosti 4°. Druhá rovnoběžka nám dělí úhel α na dvě části. Jedno jeho rameno v pásu mezi první a druhou rovnoběžkou opět vymezuje shodné střídavé úhly, a to o velikosti 4°. Nyní již známe velikost jedné ze dvou částí úhlu α.

Stejným způsobem postupujeme na obrázku zdola. Uvažujeme dvojici rovnoběžek dolní stranu obdélníku s rovnoběžkou k ní nejbližší. Tato rovnoběžka nám dělí úhel velikosti 33° na dvě části. Ze shodnosti střídavých úhlů je větší část rovna 26°, tudíž zbývající část musí být úhel velikosti 7°. Analogicky směrem k další rovnoběžce, která prochází vrcholem úhlu α ve vymezeném pásu, získáváme hodnotu druhé části úhlu α z dvojice střídavých úhlů s úhlem velikosti 7°.

Nyní již známe velikosti obou částí úhlu α, tedy $\alpha = 4° + 7° = 11°$.



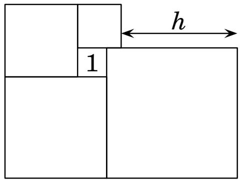
Obr. 6

Závěr: Velikost úhlu α je 11°.

Poznámka. Jednou z možností řešení úlohy ze soutěže Matematický klokan je eliminace distraktorů[1)]. V této úloze jsou nabízené alternativy odpovědí až na jednu velmi blízké hodnoty, proto nelze touto strategií eliminovat veškeré distraktory. Dále by bylo vhodné žáky před řešením úlohy upozornit, že obrázek je pouze ilustrativní, tudíž jak uvedené, tak naměřené hodnoty nemusí odpovídat skutečnosti.

Kadet (MK 2021, úloha č. 14)
Na obrázku je pět dotýkajících se čtverců. Nejmenší má obsah 1 cm^2. Určete v centimetrech délku h.

(A) 3 (B) 3,5 (C) 4 (D) 4,2 (E) 4,5



Řešení 1: Úloha je velmi jednoduchá, ale žáky by mohla zaskočit malým množstvím vstupních informací. Hledáme konkrétní hodnotu h jako část strany čtverce, která nemá pevně danou délku. Pokud by si žáci obrázek sami kreslili, asi by si nebyli jisti, jakou délku strany dalšího čtverce např. nad tím nejmenším čtvercem si zvolit, protože prozatím neví, že na tom nezáleží. To se dozví, až úlohu vyřeší.

Nejprve vyjdeme z informace, že nejmenší čtverec má obsah 1 cm^2, z čehož plyne, že délka jeho strany je rovna 1 cm. (Pro větší přehlednost nebudeme v dalším textu ani v obrázcích uvádět fyzikální jednotky.) Další čtverec v pořadí dle velikosti má o nějakou hodnotu svou stranu delší. Tuto hodnotu si označíme x (viz obr. 7). Délka strany druhého čtverce je tedy rovna $1 + x$.

Další čtverec v pořadí dle velikosti má oproti předchozímu čtverci svou stranu delší o délku strany výchozího nejmenšího čtverce, tj. o 1. Délka jeho strany je tedy rovna $1 + (1 + x)$.

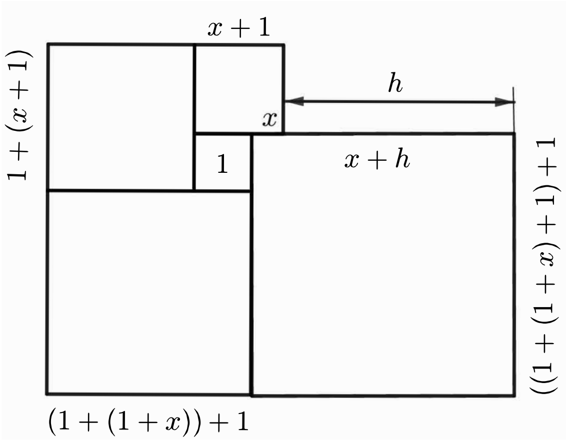
Stejným způsobem pokračujeme dál k dalšímu čtverci, jehož délka strany je o 1 delší než délka strany čtverce předchozího, tj. $(1 + (1 + x)) + 1$.

Nyní se dostáváme k největšímu čtverci, jehož délka strany je opět o 1 delší než délka strany čtverce předchozího, tj. $((1 + (1 + x)) + 1) + 1$.

Při nárůstu délek stran čtverců jsme si sčítance zapisovali v pořadí dle obrázku, ale u součtu na pořadí sčítanců nezáleží, proto si výslednou délku největšího čtverce můžeme upravit následovně:

$$((1 + (1 + x)) + 1) + 1 = x + 1 + 1 + 1 + 1 = x + 4.$$

[1)] tj. alternativa odpovědi v položkách s volbou, často podobná, ale nesprávná varianta odpovědi (SCS.ABZ.CZ slovník cizích slov)



Obr. 7

Již na počátku našeho řešení jsme označili část strany druhého nejmenšího čtverce x. Tato hodnota x je ale také částí délky strany největšího čtverce, kde zbývající délka strany je hledaná hodnota h. Proto délka strany největšího čtverce je rovna $x + h$.

Nyní máme k dispozici dvě vyjádření délky strany téhož čtverce, proto se tyto hodnoty sobě musí rovnat:

$$x + 4 = x + h.$$

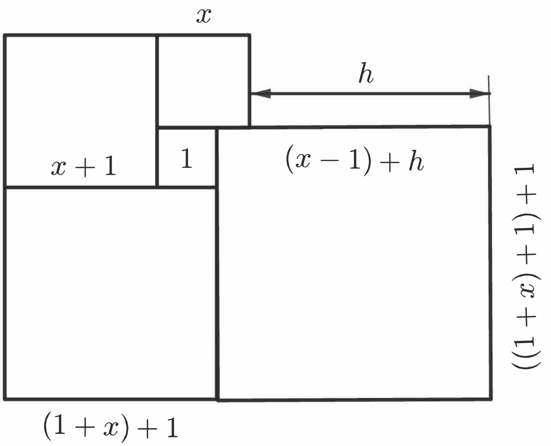
Z této jednoduché rovnice je patrné, že hledaná hodnota $h = 4$. Zde si žáci mohou uvědomit, co již bylo zmíněno na počátku, že v dané úloze na délce x vůbec nezáleží.

Řešení 2: Můžeme si ukázat ještě jeden postup, který je ale analogický, liší se pouze tím, co si v obrázku označíme za neznámou hodnotu x.

Opět vyjdeme z počáteční informace o nejmenším čtverci, jehož obsah je 1 a tudíž délka jeho strany je rovna 1. S touto hodnotou budeme počítat o něco později, nyní si délku strany dalšího čtverce v pořadí dle velikosti označíme jako neznámou x (viz obr. 8).

Nyní postupujeme analogicky jako při předchozím řešení. Další čtverec má délku strany rovnu $1 + x$, další čtverec o 1 víc, tj. $(1 + x) + 1$ a největší čtverec má délku strany také ještě o 1 větší, tj. $((1 + x) + 1) + 1 = x + 3$.

Vrátíme-li se na začátek našeho postupu, kdy jsme délku v pořadí dle velikosti druhého čtverce označili x, dostáváme, že zbývající část strany největšího čtverce mimo hodnotu h je rovna $x-1$. Proto délku strany největšího čtverce můžeme vyjádřit $(x-1)+h$.



Obr. 8

Nyní máme opět k dispozici dvě vyjádření délky strany téhož čtverce, proto se tyto hodnoty sobě musí rovnat:

$$x+3=(x-1)+h.$$

Např. dle asociativity operace sčítání můžeme zapsat: $x+3=x+(h-1)$. Z tohoto tvaru rovnice je patrné, že $3=h-1$, z čehož plyne, že $h=4$.

Závěr: Hledaná délka h je rovna 4 cm.

Literatura

[1] *Nocar, D., Vaněk, V.*: Matematický klokan pro žáky základních škol I. MFI, roč. 31 (2022), č. 3, s. 178–188.

[2] *Matematický klokan* [online]. Olomouc, 2022 [cit. 1.12.2022]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net/

[3] *Mathematical Kangaroo* [online]. Paříž, 2022 [cit. 29.12.2022]. Dostupné z: https://support.aksf.org/default.aspx

[4] *Association Kangourou sans Frontieres* [online]. Paříž, 2022 [cit. 12.12.2022]. Dostupné zz: http://aksf.org/