FYZIKA

Zaokrouhlování výpočtů při řešení kvantitativních úloh na střední škole

EMANUEL SVOBODA

Jednou z etap doporučované strategie řešení kvantitativních úloh (viz např. [1, 2]) s fyzikálním či technickým námětem je numerický (číselný) výpočet hledané veličiny. S tímto výpočtem je spojeno také zaokrouhlování číselné hodnoty nalezené veličiny. Při tomto zaokrouhlování výsledku často dochází k mnoha nepřesnostem. Z nich jsou dvě podstatné. Buď je přesnost konečného výsledku větší, než přesnost zadaných číselných hodnot veličin (pouhým výpočtem, např. na kalkulačce, nesprávně zvyšujeme přesnost výsledku), nebo se zbytečně výsledek ochuzuje o platné číslice (platná místa, platné cifry). Cílem tohoto příspěvku je jednak zdůvodnění požadavku na zaokrouhlování číselných hodnot veličin získaných výpočtem, jednak probrat pravidla zaokrouhlování v souvislosti s řešením kvantitativních úloh na střední škole.

Na číselné hodnoty fyzikálních či technických veličin zadaných v textu úloh je třeba pohlížet jako na číselné hodnoty, které byly získány *měřením*. Pokud máme informace o přesnosti měření (tj. je např. udána relativní nebo absolutní chyba měření), je situace jednodušší. Tak je tomu např. při zpracování výsledků v protokolech o laboratorním měření. Podrobně je tato problematika rozebrána např. v [3]; o zpracování výsledků měření je pojednáno v Úvodu do laboratorního měření v učebnici [4] (na přiloženém CD).

Není-li k zadaným údajům připojena chyba měření, a tak je tomu nejčastěji v zadání úloh, předpokládáme, že absolutní chyba měření daných veličin není větší než 0,5 posledního platného místa (tj. nejistota číselné hodnoty je na posledním platném místě). Např. údaj o délce $d_1 = 51$ cm (zadaný na 2 platné číslice) znamená, že 50,5 cm $\leq d_1 \leq$ 51,5 cm a relativní chyba je 1 %. Údaj $d_2 = 51{,}0$ cm (zadaný na tři platné číslice, nejistota je v desetinách cm) dává relativní chybu měření 0,1 %. Přesnost měření je tedy určena zavedeným počtem platných číslic (platných míst). Proto také zaokrouhlování výsledků při řešení úloh se řídí jejich počtem.

Zaměřme se proto nejdříve na určování počtu platných číslic v čísle (v číselné hodnotě $\{x\}$ hledané veličiny x). Z matematického hlediska je pro stanovení tohoto počtu rozhodující, zda se jedná o číslo s desetinnou čárkou či nikoliv.

Pokud má číslo *desetinnou čárku*, začínáme při určení počtu platných číslic zprava u poslední číslice příslušné číselné hodnoty a postupujme doleva tak dlouho, dokud nenarazíme na první nenulovou číslici. Schematicky je to znázorněno např. u čísla $5{,}060_{\leftarrow}$. Takto nalezenou nenulovou číslici a jakoukoliv číslici vpravo od ní považujeme za platné číslice. Nuly, které jsou na konci čísla s desetinnou čárkou, a nuly ležící za nebo před desetinnou čárkou, jsou platnými číslicemi. Uveďme si příklady:

- číslo 5,060 má 4 platné číslice
- číslo 90,632 má 5 platných číslic
- číslo $0{,}625 \cdot 10^2 = 62{,}5$ má 3 platné číslice (bez ohledu na zápis)
- číslo 77,00 má 4 platné číslice
- číslo $0{,}003\,8 = 0{,}38 \cdot 10^{-2} = 38 \cdot 10^{-4}$ má 2 platné číslice (bez ohledu na zápis)

Můžeme také říci, že platné cifry daného čísla jsou všechny od první nenulové číslice zleva do poslední zapsané číslice zprava. První nenulová číslice zleva v zápise dané číselné hodnoty zaujímá nejvyšší platné místo. Např. v čísle $\underline{5}{,}060$ je to podtržená pětka, v čísle $0{,}00\underline{3}8$ podtržená trojka. U čísel s desetinnou čárkou zaujímá poslední udaná číslice včetně nuly nejnižší platné místo. Na příklad u čísla $5{,}06\underline{0}$ je to podtržená nula.

Číslo 2800, (zapsáno s čárkou na konci) má také 4 platné číslice, ale číslo 2800 (bez čárky na konci) má jen dvě platné číslice. Neboli u čísel, která jsou uváděna *bez desetinné čárky*, nejsou nuly vyskytující se na okraji čísla ať již zleva nebo zprava považovány za platné číslice.

Jak je vidět, uvádění desetinné čárky celou záležitost vyjasňuje. Problém je ale v tom, že na výše napsanou desetinou čárku (např. 2800,) nejsme většinou zvyklí. Proto se doporučuje používání tzv. *vědeckého zápisu čísel* (někdy se také používá termín *smíšený tvar čísla*). To znamená, že číselnou hodnotu veličin zapisujeme tak, aby před desetinnou čárkou byla jedna platná číslice ležící v polouzavřeném intervalu $\langle 1, 10)$. Takže zápisy veličin např. $428 \cdot 10^{-8}$ m nebo $0{,}428 \cdot 10^{-5}$ m jsou sice rovnocenné matematicky, ale nejsou nejvhodnější pro zaokrouhlování výsledků při výpočtech. Tomu vyhovuje zápis $4{,}28 \cdot 10^{-6}$ m. Exponent -6 pak udává *řád čísla, číselné hodnoty* (tedy nikoliv -8 nebo -5). Tedy je vhodné vlastní číselnou hodnotu veličin zapsat vždy tak, aby před desetinnou čárkou byla jen jedna platná číslice. Výhoda vědeckého zápisu čísel je také v tom, že bez složitých numerických výpočtů a bez použití kalkulačky můžeme *odhadnout řád konečného výsledku.* To je také jedna z etap strategie řešení kvantitativních úloh. A nutno dodat, že řádová chyba při řešení úloh se již považuje za hrubou chybu. Drobná nepřesnost v číselné hodnotě veličiny lze řešiteli úlohy i prominout při jinak správném jeho postupu a správném odhadu řádu čísla.

Dodejme ještě, že nenulové číslice jsou vždy číslicemi platnými a to bez ohledu na to, zda číslo obsahuje nebo neobsahuje desetinnou čárku. Takže např. číslo 98 má dvě platné číslice, číslo 9,81 má tři platné číslice.

Při numerickém výpočtu pak u konečného výsledku získaného běžnými aritmetickými operacemi se zadanými veličinami (sčítání a odečítání u stejnojmenných veličin; násobení a dělení; umocňování a odmocňování jako obdoba násobení a dělení) pak určujeme buď počet platných desetinných míst, nebo celkový počet platných míst výsledné hodnoty následovně:

1. Při sčítání a odečítání číselných hodnot při výpočtu hledané veličiny (např. hledáme velikost výslednice F_v několika sil působících v jedné přímce – souhlasného nebo nesouhlasného směru nebo chceme vypočítat relativní molekulovou hmotnost M_r sloučeniny apod.) výsledek zaokrouhlujeme na stejný počet desetinných míst, jako má zadaná číselná hodnota (sčítanec, resp. sčítanec se zápornou hodnotou) s nejmenším počtem platných desetinných míst.

Např.:

$$F_\mathrm{v} = (10{,}1 + 5{,}24 - 8{,}6)\,\mathrm{N} = 6{,}74\ \mathrm{N} \doteq 6{,}7\ \mathrm{N}$$

$$\begin{aligned} M_\mathrm{r}(\mathrm{C_{17}H_{33}COOH}) &= 18 \cdot 12{,}01 + 34 \cdot 1{,}0079 + 2 \cdot 15{,}9994 = \\ &= 216{,}18 + 34{,}2686 + 31{,}9988 = 282{,}4474 \doteq 282{,}4 \end{aligned}$$

Poznámka. Ve starší literatuře se uváděl postup při sčítání nebo odečítání čísel tak, že veličiny, které máme sčítat nebo odečítat, mají být udány na stejný počet desetinných míst, tedy se stejnou absolutní přesností, bez ohledu na počet platných číslic. Neboli když byly zadány hodnoty na různý počet desetinných míst, zaokrouhlovaly se všechny sčítance na takový počet desetinných míst, jako měl sčítanec s nejmenším počtem desetinných míst a až potom se sčítalo. S nástupem kalkulaček pro výpočty se tato zásada opustila a výsledek kalkulačkou vypočítaný se považuje v podstatě za správný. V obou případech počet platných číslic neovlivnil řád výsledku.

2. Při násobení a dělení výsledek zaokrouhlujeme číselnou hodnotu tak, aby obsahovala stejný počet platných číslic jako číslo ve výpočtu s nejmenším počtem platných číslic.

Např. při výpočtu velikosti síly F_g, kterou se navzájem přitahují Země o hmotnosti M_Z a Měsíc o hmotnosti M_M, je-li r vzdálenost středů těchto těles, vycházíme ze vztahu:

$$F_\mathrm{g} = G\frac{M_\mathrm{Z}M_\mathrm{M}}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}4 \cdot 10^{22}}{(3{,}84 \cdot 10^8)^2}\ \mathrm{N}$$

$$F_\mathrm{g} \doteq 19{,}990\,097\,1 \cdot 10^{19}\ \mathrm{N} \doteq 2{,}0 \cdot 10^{20}\ \mathrm{N}$$

Protože číselná hodnota hmotnosti Měsíce byla zadána jen na dvě platné číslice ($7{,}4 \cdot 10^{22}$), musí mít výsledek také jen dvě platné číslice.

3. Při kombinacích matematických operací sčítání, odečítání, násobení a dělení (pokud tyto operace vyžadujeme od žáků rozepisovat, např. pro kontrolní činnost zabraňující opisování) zapisujeme dílčí výsledky s větším počtem platných číslic, než odpovídá výše uvedeným pravidlům a teprve konečný výsledek zaokrouhlíme na příslušný počet platných míst.

Např. pro práci W' ideálního plynu při izobarickém ději dostáváme řešením úlohy vztah, do kterého dosazuje zadané hodnoty, např.:

$$W' = p_1V_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\left(\frac{303}{293} - 1\right)\ \mathrm{J}$$

$$W' = 1{,}519\,5 \cdot 10^2(1{,}034\,13 - 1)\ \mathrm{J} = 5{,}186\,1\ \mathrm{J} \doteq 5{,}2\ \mathrm{J}$$

Počáteční objem plynu byl zadán jen na dvě platné číslice, proto i výsledek musí být zaokrouhlen (podle pravidel o zaokrouhlování) jen na dvě platné číslice. Pokud nevyžadujeme od žáků vypisovat průběžné mezihodnoty, pak použitím kalkulačky rovnou žáci např. zapíší $W' = 5{,}186\,006\ \mathrm{J} \doteq$ $\doteq 5{,}2\ \mathrm{J}$.

Při řešení kvantitativních úloh se často v textech úloh v našich učebnicích setkáváme se zadáním číselných hodnot veličin tak, že z tohoto zadání není počet platných číslic příliš zřejmý. Např. je zadána hustota vody $1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ (Je to údaj jen s jednou platnou číslicí nebo se čtyřmi?), délka tyče 2 m (Měření s přesností 0,5 m?), podobně zadání teploty 0 °C, 500 °C, napětí zdroje 10 V atp. V takových případech při řešení kvantitativních úloh tzv. „mlčky“ předpokládáme (jako *nepsané dohody*), že všechny nuly ve výrazech typu $1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ či 500 °C nebo 10 V jsou platné číslice. Není-li zadáno jinak (více platných míst), jsou údaje zadány na dvě platné číslice. Tedy např. údaj 2 m „chápeme“ jako 2,0 m a teplotu 0 °C jako 0,0 °C (aniž bychom to zapisovali). Někdy nepsanou dohodu uplatňujeme bezprostředně při převodu jednotek, např. u času $t = 1\ \mathrm{min} = 60\ \mathrm{s}$. Podobně v mnoha dalších případech.

Můžeme tedy shrnout: Zadané hodnoty veličin v textu úlohy zapisujeme ve výpisu opěrných bodů nejvhodněji tak, aby číselné hodnoty byly zapsány ve smíšeném tvaru s odpovídající nenásobnou či nedílčí jednotkou. Tedy např. zadanou velikost síly $F = 35\ \mathrm{kN}$ zapíšeme $F = 3{,}5 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$, hodnotu hmotnosti $m = 350\ \mathrm{g}$ jako $m = 3{,}50 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{kg}$, hodnotu elektrické kapacity $C = 55\ \mathrm{nF}$ jako $C = 5{,}5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{F}$ atp.

Není tedy vhodný zápis například pro hmotnost $m = 100\ \mathrm{g} = 0{,}1\ \mathrm{kg}$, protože s neuplatněním nepsané dohody jsme „ztratili“ dvě platné číslice. Podobně zápisem pro poloměr $r = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}1\ \mathrm{m}$ ztrácíme jednu platnou číslici, proto je správnější zápis $r = 0{,}10\ \mathrm{m}$, pokud nechceme tento údaj zapsat ve smíšeném tvaru.

Při numerických výpočtech respektujeme počet platných číslic tak, že u konečného výsledku nemůže být počet platných číslic větší (ale nemá být ani zbytečně menší), než je nejmenší počet platných číslic u zadaných hodnot.

Na závěr si uveďme komentované řešení jedné komplexní úlohy s fyzikálně-technickým námětem.

Úloha

Elektromechanik se chystá opravit přepálenou spirálu z chromniklového drátu u varné konvice. Voda o objemu 2,0 litru a počáteční teploty 10 °C se má touto opravenou konvicí uvést do varu (100 °C za normálního tlaku) za dobu 5 min. Konvice se připojuje k síťovému napětí 230 V a měla by mít účinnost aspoň 80 %. Jak přibližně dlouhý musí být chromniklový drát o průmětu 0,40 mm použitý k opravě topné spirály? Řešte nejdříve obecně, pak pro zadané hodnoty.

Řešení : Po pozorném čtení textu vybereme tzv. opěrná slova potřebná pro úspěšné řešení úlohy. V našem případě to budou v podstatě zadané veličiny nutné pro výpočet požadované délky drátu. Veličiny zapíšeme předepsanými (dohodnutými) značkami. Protože se v textu vyskytuje údaj o teplotě a času, je potřeba rozhodnout vhodné rozlišovací značky, např. pro teplotu zvolíme t a pro čas τ. Dvě veličiny zadané v jednotkách, které nejsou součástí SI (litr, min), a jednu veličinu uvedenou s dílčí jednotkou (mm), vyjádříme v nedílčích jednotkách SI. Současně respektujeme zápis zachovávající počet platných cifer s užitím mocnin 10. Zápis zadání úlohy se doporučuje v následující přehledné podobě:[1)]

$V = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$	$\tau = 300\ \mathrm{s}$	$d = 0{,}40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$
$t_1 = 10\ ^\circ\mathrm{C}$	$U = 230\ \mathrm{V}$	
$t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$	$\eta = 0{,}80$	
$l = ?$		

Při *rozboru* si musíme uvědomit situaci, kterou máme řešit. Protože se jedná jak o vedení elektrického proudu topnou spirálou, tak o tepelnou výměnu mezi touto spirálou a vodou v konvici, budeme se opírat o vztahy platné pro tyto děje. Pro *obecné řešení* se nabízí postupovat analytickou metodou, kdy jednotlivé závislosti veličin budeme vyjadřovat analyticky a přitom začneme vztahem, který bude východiskem – tj. vhodným vztahem pro délku l (postup od neznámého k známému).

Takovým vhodným vztahem je závislost elektrického odporu R topné spirály na délce l drátu, ze kterého je vytvořena, tj. vztah

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

kde ρ je rezistivita drátu. Obsah příčného řezu drátu vyjádříme vztahem

$$S = \pi \frac{d^2}{4}.$$

Vyjádřením l z prvního vztahu a dosazením za S dostáváme vhodný výchozí vztah (východisko) pro naše řešení, tj. vztah

$$l = \frac{\pi d^2 R}{4\rho}.$$

[1)] V učebnicích u řešených úloh jsou zapisovány zadané hodnoty z úsporných důvodů většinou vedle sebe.

V získaném vztahu neznáme celkový odpor R spirály, proto musíme přibrat další vztah a to pro výkon topné spirály, tj.

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Dosazením za R do výchozího vztahu pro délku l dostaneme

$$l = \frac{\pi d^2 U^2}{4\rho P}.$$

V tomto vztahu neznáme P (nyní v roli příkonu pro vodu), proto přibereme další vztah a to pro účinnost topné spirály, při čemž její tepelný výkon ηP vyjádříme odevzdaným teplem Q za jednotku času (Q/τ) vodě o objemu V, hustotě ρ_v a měrné tepelné kapacitě c, ohřeje-li se o teplotu $\Delta t = t – t_1$. Neboli platí

$$\eta P = \frac{Q}{\tau} = \frac{mc\Delta t}{\tau} = \frac{V\rho_\mathrm{v} c\Delta t}{\tau}.$$

Odtud

$$P = \frac{V\rho_\mathrm{v} c\Delta t}{\eta\tau}.$$

Dosazením P do vztahu pro délku l dostaneme po úpravě, že pro hledanou délku drátu platí vztah

$$l = \frac{\pi d^2 U^2 \eta\tau}{4\rho V\rho_\mathrm{v} c\Delta t}.$$

Jednou z kontrol správnosti obecného řešení je určení jednotky získaného výsledku, neboli provedení *jednotkové zkoušky* (zkoušky jednotek).[2)] V našem případě jednotkovou zkoušku zapíšeme ve tvaru

$$[l] = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{V}^2 \cdot \mathrm{s}}{\Omega \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{J} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{K}} = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{V}^2 \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}} = \mathrm{m}.$$

Jednotka metr vyšla správně, vztah by mohl být také správný. Tento podmíněný závěr vyplývá z toho, že nemáme zcela jistotu o správnosti

[2)] Není správné používat termín *rozměrová zkouška* v souvislosti s nalezením jednotky výsledku, protože na základní a střední škole se pojem rozměr veličiny nezavádí.

získaného vztahu. Mohlo totiž dojít v obecném případě k eliminaci chyb tak, že byly v průběhu řešení provedeny chyby, které se pak v konečném výsledku vzájemně kompenzovaly. V našem případě by se spíše jednalo o to, zda byly správně zapsány ve zlomku čísla 4 a π a veličina účinnost η s jednotkou 1 (záměna čitatele za jmenovatel a obráceně). Další ověření správnosti provedeme v diskusi po číselném výpočtu hledané veličiny (viz dále).

Provedeme nyní *číselný výpočet* dosazením číselných hodnot zadaných veličin a dohledaných tří veličin v tabulkách – hustoty vody, rezistivity a měrné tepelné kapacity vody. Je vhodné tyto dohledané veličiny dopsat do výpisu opěrných bodů, takže pak by dodatečný výpis měl např. tuto podobu:

$V = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$	$\tau = 300\ \mathrm{s}$	$d = 0{,}40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$	$\rho_\mathrm{v} = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
$t_1 = 10\ \mathrm{^\circ C}$	$U = 230\ \mathrm{V}$	$\rho = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$	
$t_2 = 100\ \mathrm{^\circ C}$	$\eta = 0{,}80$	$c = 4{,}2 \cdot 10^{3}\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$	
$l = ?$			

$$l = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}40 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 230^2 \cdot 0{,}80 \cdot 300}{4 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,000 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 90}\ \mathrm{m} \doteq 1{,}757\,7\ \mathrm{m} \doteq 1{,}8\ \mathrm{m}$$

Výslednou hodnotu hledané délky zaokrouhlíme směrem nahoru na dvě platné číslice vzhledem k nejmenšímu počtu platných číslic zadaných veličin. Přitom uplatníme u času nepsanou dohodu, že je čas zadán na dvě platné číslice (ačkoliv jsme neuvedli v textu hodnotu 5,0 min.)

V *diskusi* se zaměříme na dvě okolnosti. Za prvé zkontrolujeme *správnost řešení* tak, že na základě úvah v rozboru úlohy vypočítáme teplo přijaté vodou, odpor vytvořené topné spirály a Jouleovo teplo. V našem případě za pomoci kalkulačky dostaneme, že voda k ohřátí o 90 °C potřebuje teplo asi 0,76 MJ. Topná spirála má odpor asi 17 Ω a Jouleovo teplo je přibližně 0,95 MJ, takže vodě předané teplo s uvážením účinnosti je asi 0,76 MJ. Tedy dostáváme souhlas. Podobně bychom postupovali bez kalkulačky při řádovém odhadování hodnot.

K tomuto kroku ve strategii řešení úlohy ještě poznamenejme, že tato činnost se žáky není vůbec zbytečná také proto, že se opakují probírané vztahy, žáci se učí počítat odhadem, zopakuje se postup řešení (zvláště u složitějších úloh) apod. V této části strategie se mohou zapojit do řešení úlohy i další žáci.

Za druhé můžeme v rámci diskuse posoudit případ, že bychom uvažovali tepelnou kapacitu varné konvice místo její účinnosti.

U číselně zadaných úloh se v *odpovědi* většinou zaměřujeme na výstižnou formulaci s číselným výsledkem a jednotkou. V našem případě bychom uvedli, že: K opravě topné spirály varné konvice je zapotřebí chromniklový drát o délce asi 1,1 m. Ani tento závěr použité strategie řešení úlohy není formální a to ze dvou důvodů. Za prvé chceme od žáků, aby se slovně správně mluvnicky i fyzikálně vyjadřovali, za druhé je to poslední příležitost zamyslet se nad získanou hodnotou z hlediska její reálnosti.

Literatura

[1] *Svoboda, E., Kolářová, R.*: Didaktika fyziky základní a střední školy. Vybrané kapitoly. Nakladatelství Karolinum, Praha, 2006.

[2] *Vaněček, D., Svoboda, E. a kol.*: Didaktika technických odborných předmětů. Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha, 2016.

[3] *Vybíral, B.*: Zpracování dat fyzikálních měření. [cit. 20. 2. 2017]. Dostupné na: http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf

[4] *Svoboda, E. a kol.*: Mechanika. Učebnice pro 1. ročník gymnázií. Prometheus, Praha, 2014.

Fyzika kapalin ve spojení s problémy každodenního života

RENATA HOLUBOVÁ

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Motivace žáků dnešní generace Z je obtížná, proto se opakovaně snažíme hledat cesty, jak přiblížit problémy, prezentované během výuky fyziky ve škole, co nejvíce každodennímu životu žáků. Z tohoto pohledu nalézáme velmi mnoho motivačních podnětů také v oblasti klasické fyziky – termiky, termodynamiky, popř. vlnění či akustiky a také mechaniky kapalin. Zamysleme se nad fyzikou v šálku kávy či kakaa a hledejme vysvětlení jevů, se kterými se běžně setkáváme.