čtvrtek večer tak bylo ve městě právě 2000 šťastných obyvatel.

Určete největší možnou hodnotu N.

(*Litva*)

Příklad T–5

Je dán trojúhelník ABC, v němž $|AB| < |AC|$. Kružnice jemu vepsaná se dotýká stran BC, CA, AB po řadě v bodech D, E, F. Osa AI vnitřního úhlu při vrcholu A protíná přímky DE a DF po řadě v bodech X a Y. Nechť Z značí patu výšky z vrcholu A.

Dokažte, že D je středem kružnice vepsané trojúhelníku XYZ.

(*Slovinsko*)

Příklad T–6

Kružnice k vepsaná trojúhelníku ABC se dotýká strany BC v bodě D. Přímka AD protíná kružnici k v bodě $L \neq D$. Označme K střed kružnice vně připsané straně BC. Nechť M a N jsou po řadě středy úseček BC a KM.

Dokažte, že body B, C, N a L leží na téže kružnici.

(*Slovensko*)

Příklad T–7

Konečnou množinu A přirozených čísel nazveme *průměrovou*, právě když pro každou její neprázdnou podmnožinu je aritmetický průměr jejích prvků také přirozené číslo. Jinak řečeno, množina A je průměrová, právě když $\frac{1}{k}(a_1 + \ldots + a_k)$ je přirozené číslo pro každé $k \geq 1$ a $a_1, \ldots, a_k \in A$ jsou navzájem různá čísla.

Je dáno přirozené číslo n. Určete nejmenší možný součet prvků n-prvkové průměrové množiny.

(*Rakousko*)

Příklad T–8

Určete všechny uspořádané čtveřice (x, y, z, t) přirozených čísel, které vyhovují rovnici

$$20^x + 14^{2y} = (x + 2y + z)^{zt}.$$

(*Litva*)

Následující (9.) ročník MEMO se bude konat na základě oficiálního pozvání od 25. do 31. srpna 2015 ve slovinském Koperu.

Vedení českého reprezentačního týmu děkuje přerovské firmě MEOPTA za její sponzorskou pomoc při zajištění jednotného oblečení všech členů reprezentačního družstva na 8. MEMO.

Jaroslav Švrček

LITERATURA

Jaroslav Švrček: Gradované řetězce úloh v práci s matematickými talenty

Univerzita Palackého v Olomouci vydala v roce 2014 pozoruhodnou publikaci *Gradované řetězce úloh v práci s matematickými talenty*, jejímž autorem je RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.

Kniha je členěna do těchto kapitol:

1. Historie realizovaných matematických soutěží.
2. Vyhledávání a rozvoj matematických talentů.
3. Typy úloh pro matematické soutěže.
4. Gradované řetězce úloh v MO.
5. Další gradované řetězce matematických úloh.

Dodatky:

1. Z přípravy našich olympioniků.
2. Gradované řetězce úloh typu D.
3. O významu práce s talenty.

Pokládám tuto knihu za gradovanou monografii, neboť od účelného historického úvodu a didakticky zaměřených úvah o vyhledávání talentů dochází autor ke dvěma lokálním maximům práce: k typologii úloh a vymezení pojmu *gradovaný řetězec úloh* (s. 24). Za přirozené vyústění publikace považuji dodatek *O významu práce s talenty*, v němž významní matematikové (např. *Milan Hejný*, *Oldřich Kowalski*, *Jaromír Šimša*, *Leo Boček* a další) ukazují svou osobní cestu k matematice dlážděnou řešením úloh. Doporučuji, aby autor vyzval jmenované kolegy k publikování jejich vyznání. Může to být inspirace pro mnohé naše učitele.

V roce 2000, který byl organizací Unesco prohlášen za *Světový rok matematiky*, vyšla kniha *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, v níž *W. T. Gowers* zdůrazňuje: Každému matematikovi jsou dobře známé dvě matematické kultury. Jednu vytvářejí matematici, kteří považují za svůj cíl řešit problémy, druzí se zabývají výstavbou teorií. Tyto cíle jsou ovšem navzájem svázány, neboť:

1. Cílem řešení problémů je lépe rozumět matematice.
2. Cílem matematických porozumění je umět lépe řešit problémy.

Naznačené ideje, charakterizující vědeckou matematiku, korespondují podle mého názoru i s matematickým vzděláváním. Studium Švrčkovy knihy může přispět ke správnému využívání úloh ve vyučování. Je to pro efektivní vzdělávání důležité.

Vymyslet nový matematický problém, novou úlohu, je tvořivá matematická práce. Vytvořit k ní systém gradovaných úloh, které dovedou studenta k výsledku, je neobyčejně významné didaktické umění. Základním prvkem kladné motivace, získání dobrého vztahu k matematice je totiž úspěch. Systém gradovaných úloh k němu naznačuje cestu, je klíčem k úspěšnému řešení úloh složitějších, k získání zájmu o matematiku. I proto považuji Švrčkovu knihu za významnou. Šedesát původních úloh, jichž je Jaroslav autorem, prokazuje jeho matematickou vyspělost, jejich didaktické zpracování pak jeho schopnosti pedagogické. Z knihy vyzařuje zaujetí autora pro rozvíjení matematických talentů, jeho práce pro matematickou olympiádu je u nás všeobecně známa. Snad ze skromnosti na sebe neprozradil, že je editorem mezinárodního časopisu *Mathematics Competitions* vydávaného WFNMC v Austrálii. Doporučuji studium Švrčkovy nové knihy všem našim učitelům matematiky, může jim to jejich práci pomoci prohloubit.

Závěrem si dovolím jen několik osobních poznámek. Kategorické soudy v didaktice či dokonce v psychologii mohou být diskutabilní. Nutnou charakteristikou žáků s vysokou úrovní matematických schopností tedy nemusí být vždy např. jeho emociální stabilita, zájem o sebevzdělávání nebo bohatší výrazový slovník, … Snad ani výborná prostorová představivost nemusí být u některého nadaného žáka mimořádně rozvinuta (s. 13).

Výrazným kladem Švrčkovy práce jsou studentská řešení některých úloh, kterými demonstruje různé přístupy k témuž problému (s. 108). Škoda, že zde nenajdeme hlubší „psychologický“ rozbor řešení úloh, jaký přináší např. *Zofie Krygowská* (Zarys dydaktyki matematyki 3) nebo *Terence Tao* (Solving Mathematical Problems).

Švrčkova kniha je i po technické stránce na vynikající úrovni. Grafická úprava je velmi dobrá, 32 ilustrací je bezvadně provedených, kvalitní je i reprodukce fotografií. Publikace má rozsah 130 stran, obsahuje seznam 139 titulů literatury, recenzenty byli *Jaromír Šimša* a *Stanislav Trávníček*.

František Kuřina