ZPRÁVY

55. Mezinárodní matematická olympiáda

IMO 2014
Cape Town - South Africa

Každoroční prestižní klání v řešení matematických úloh pro středoškoláky ze zemí celého světa zavítalo letos poprvé na africký kontinent. Jeho v pořadí již 55. ročník proběhl ve dnech 3.–13. července 2014 v Kapském Městě za účasti 560 soutěžících (z toho 56 dívek) ze 101 zemí pěti kontinentů. Pořadatelství této náročné akce se zdárně zhostila *South African Mathematics Foundation*, která samotné soutěžení a jeho vyhodnocování, jakož i ubytování všech účastníků zajistila v rozsáhlém areálu Univerzity Kapského Města, situovaného na úpatí *Stolové hory* a poskytujícího soutěžícím i opravovatelským komisím vhodné podmínky. V nejvýše postavené budově, vnějším sloupovím ozdobené univerzitní aule proběhlo slavnostní zahájení této olympiády i závěrečný ceremoniál předání medailí nejúspěšnějším soutěžícím, v obou případech za účasti paní *Angeliny Motshekga*, ministryně základního a středního školství Jihoafrické republiky.

Družstvo České republiky tvořila šestice soutěžících (vesměs žáků osmiletých gymnázií) *Filip Bialas* (5/8 G Opatov, Praha 4), *Martin Hora* (8/8 G Plzeň, Mikulášské nám.), *Viktor Němeček* (7/8 G Jihlava), *Tomáš Novotný* (8/8 G Česká Lípa), *Radovan Švarc* (7/8 G Česká Třebová) a *Pavel Turek* (5/8 G Olomouc-Hejčín). Vedoucími naší delegace byli *doc. Jaromír Šimša* (PřF MU Brno) a *dr. Jaroslav Švrček* (PřF UP Olomouc).

Vlastní dvoudenní soutěž (jednotlivců, nikoli družstev) spočívala, jako obvykle, v řešení šesti úloh – každý den tří (vždy po dobu 4,5 hodiny). Podle součtu bodových zisků (nejvýše 7 bodů za jednu úlohu) rozhodla mezinárodní porota o udělení 49 zlatých medailí (soutěžícím se ziskem alespoň 29 bodů), 113 stříbrných medailí (za zisk 22–28 bodů) a 133 bronzových medailí (za zisk 16–21 bodů).

Plný počet 42 bodů získali tři soutěžící: *Alexander Grunning* (Austrálie), *Jiyang Gao* (Čína) a *Po-Sheng Wu* (Tchaj-wan). Naši reprezentanti podali velmi dobré vyrovnané výkony (v rozpětí zisků 18 až 24 bodů), takže po 15 předchozích ročnících soutěže letos každý reprezentant ČR opět vybojoval medaili – nejcennější stříbrnou Tomáš Novotný(24 b.) a v neoficiálním pořadí států (tradičně sestavovaném podle součtu bodů šestice soutěžících) se ČR umístila na 32. místě, které pro nás představuje nejlepší umístění za posledních devět let (v roce 2005 to bylo neuvěřitelné pořadové číslo 16, v dalších letech pak čísla 48, 40, 39, 40, 48, 39, 47, 37, až letos 32).

1. soutěžní den (8. 7. 2014)

Úloha 1

Nechť $a_0 < a_1 < a_2 < \ldots$ je nekonečná posloupnost kladných celých čísel. Dokažte, že existuje právě jedno celé číslo $n \geq 1$ takové, že

$$a_n < \frac{a_0 + a_1 + \cdots + a_n}{n} \leq a_{n+1}.$$

(*Rakousko*)

Úloha 2

Nechť $n \geq 2$ je celé číslo. Uvažujme šachovnici o rozměrech $n \times n$ složenou z n^2 jednotkových čtvercových políček. Konfiguraci n věží na této šachovnici nazýváme *šťastnou*, pokud každý řádek a každý sloupec obsahuje právě jednu věž. Najděte největší kladné celé číslo k takové, že pro každou šťastnou konfiguraci n věží existuje čtverec o rozměrech $k \times k$, který neobsahuje věž na žádném ze svých k^2 políček.

(*Chorvatsko*)

Úloha 3

V konvexním čtyřúhelníku $ABCD$ platí $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CDA| = 90°$. Bod H je patou kolmice z bodu A na přímku BD. Body S, T leží po řadě na stranách AB, AD tak, že bod H je vnitřním bodem trojúhelníku SCT a platí

$$\begin{aligned} |\sphericalangle CHS| - |\sphericalangle CSB| &= 90°, \\ |\sphericalangle THC| - |\sphericalangle DTC| &= 90°. \end{aligned}$$

Dokažte, že přímka BD se dotýká kružnice opsané trojúhelníku TSH.

(*Írán*)

2. soutěžní den (9. 7. 2014)

Úloha 4

Na straně BC daného ostroúhlého trojúhelníku ABC leží body P a Q tak, že $|\sphericalangle PAB| = |\sphericalangle BCA|$ a $|\sphericalangle CAQ| = |\sphericalangle ABC|$. Body M a N leží po řadě na přímkách AP a AQ, přičemž bod P je středem úsečky AM a bod Q je středem úsečky AN. Dokažte, že přímky BM a CN se protínají na kružnici opsané trojúhelníku ABC.

(*Gruzie*)

Úloha 5

Banka v Kapském Městě razí mince s hodnotou $\frac{1}{n}$ pro každé kladné celé číslo n. Mějme konečnou kolekci takových mincí (ne nutně různých hodnot), která má celkovou hodnotu nejvýše $99 + \frac{1}{2}$. Dokažte, že tuto kolekci je možné rozdělit na 100 nebo méně částí tak, aby každá část měla celkovou hodnotu nejvýše 1.

(*Lucembursko*)

Úloha 6

Říkáme, že přímky v rovině jsou v *obecné poloze*, pokud žádné dvě nejsou rovnoběžné a žádné tři neprocházejí jedním bodem. Množina přímek v obecné poloze rozděluje rovinu na oblasti, z nichž některé mají konečný obsah; nazýváme je *konečné oblasti* příslušné dané množině přímek. Pro každé dostatečně velké n dokažte, že v libovolné množině n přímek v obecné poloze je možné obarvit modře aspoň $\sqrt{n}$ přímek tak, že žádná z příslušných konečných oblastí nebude mít celou hranici modrou.

Poznámka. Řešení, ve kterých bude tvrzení dokázáno s výrazem $c\sqrt{n}$ namísto $\sqrt{n}$, budou ohodnocena body v závislosti na hodnotě konstanty c.

(*Rakousko – USA*)

Podrobnější informace o letošním ročníku soutěže můžete najít na oficiálních stránkách IMO (www.imo-official.org).

Vedení českého týmu vyslovuje touto cestou poděkování za účinnou sponzorskou pomoc spojenou se zajištěním jednotného oblečení pro celé české družstvo na 55. IMO přerovské firmě PRECHEZA a.s. a dále brněnské společnosti NEOGENIA s.r.o.

Dodejme závěrem, že 56. ročník IMO se uskuteční v červenci 2015 ve druhém největším thajském městě Chiang Mai.

Jaromír Šimša

8. Středoevropská matematická olympiáda

Osmý ročník Středoevropské matematické olympiády (MEMO) se uskutečnil ve dnech 18.– 24. září 2014 v Drážďanech. Soutěže se již tradičně zúčastnilo 60 soutěžících z deseti středoevropských zemí (Švýcarsko, Německo, Rakousko, Slovinsko, Chorvatsko, Maďarsko, Slovensko, Litva, Polsko a Česká republika). Každou zemi přitom reprezentovalo šestičlenné družstvo složené z žáků, kteří dosud nematurovali. Složení českého reprezentačního týmu bylo dáno výsledky ústředního kola 63. ročníku MO a omezujícím pravidlem MEMO, podle nichž nesmí být členové družstva pro MEMO ve stejném