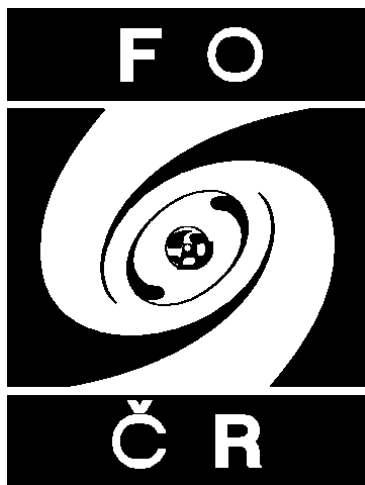


Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 34 (2025), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část)
67. ročníku FO (kategorie A–G)



<http://fyzikalniolympiada.cz/>

Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Tryskový batoh alias *jetpack*

Vynálezce Raymond Li navrhl zařízení, které splňuje definici *tryskového batohu*, protože umožňuje levitaci díky vodnímu proudy, který ovládá uživatel.

Silnou hadicí s vnitřním průměrem $d_1 = 15 \text{ cm}$ se přivádí voda z výkonného čerpadla do zařízení se dvěma rovnoběžnými tryskami s vnitřním průměrem $d_2 = 50 \text{ mm}$, v němž je člověk zavěšen. Čerpadlo je součástí vodního skútru plovoucího na hladině vody, nasává vodu otvorem ve dně skútru, který je prakticky na úrovni hladiny, a vhání ji do hadice napájející trysky.



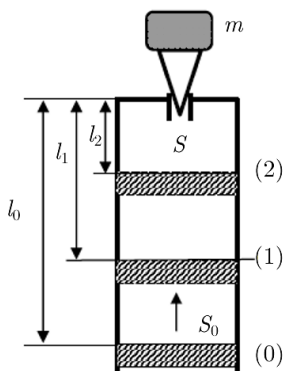
Obr. 1

- Vysvětlíte fyzikální princip vzniku levitační (nadnášející) síly. Nakreslete obrázek a vyznačte v něm veličiny potřebné k vysvětlení.
- Čerpadlo je zkoušeno výtryskem vody ve vodorovném směru. Určete výkon P čerpadla, pokud je objemový průtok vody $Q_v = 3200 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$, průměr vstupní hadice čerpadla a průměr výstupní hadice $d_1 = 15 \text{ cm}$ a průměr její koncové trysky $d_2 = 50 \text{ mm}$. Určete velikost reakční síly F , která na čerpadlo působí, když voda tryská z trysky ve vodorovném směru.
- Po připojení na čerpadlo ve vodním skútru je *JETLEV-flyer* schopen vystoupat až do výšky $h = 10 \text{ m}$. Určete potřebný výkon čerpadla, pokud je průměr přívodního potrubí $d_1 = 15 \text{ cm}$, průměr ústí obou trysek $d_2 = 5,0 \text{ cm}$, délková hmotnost přívodní hadice $\mu = 4,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ a hmotnost člověka se zařízením $m = 100 \text{ kg}$. Hustota vody je $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Ztráty v potrubí a v čerpadle považujte za velmi malé.

2. Válec a ventil

Ve válci s obsahem vnitřního průřezu S_0 je v poloze (0) pístem uzavřený vzduch s teplotou t_0 a tlakem p_0 , které jsou rovny teplotě a tlaku vzduchu v okolí válce. Na kruhový otvor s obsahem S , který se nachází v horní podstavě válce, je položena kuželová záklopka se závažím (tlakový ventil), přičemž hmotnost záklopky se závažím je m , viz obr. 2.



Obr. 2

- Určete počáteční látkové množství n_0 vzduchu ve válci.
- Píst posuneme z počáteční polohy (0) do polohy (1), přičemž délka vzduchového sloupce ve válci se změní z počáteční hodnoty l_0 na hodnotu l_1 . Určete hodnotu l_1 , při níž začne vzduch unikat ventilem do okolí, a teplotu t_1 , kterou vzduch během tohoto děje dosáhne. Stlačení považujte za adiabatické.

- c) Píst se dále pomalu posune z polohy (1) do polohy (2) do vzdálenosti $l_2 < l_1$ od horní podstavy válce. Popište děj v soustavě během posouvání pístu z polohy (1) do polohy (2), a uveďte, jak se mění stavové veličiny vzduchu ve válci.
- d) Nakonec se píst vrátí adiabaticky do polohy (0). Určete výslednou teplotu t_3 , tlak p_3 a látkové množství n_3 plynu ve válci, když píst dosáhne polohy (0).

Úlohu řešte obecně a poté pro dané hodnoty: $l_0 = 30 \text{ cm}$, $p_0 = 101 \text{ kPa}$, $t_0 = 20^\circ\text{C}$, $S_0 = 50 \text{ cm}^2$, $S = 5,0 \text{ cm}^2$, $l_2 = 10 \text{ cm}$, $m = 1,0 \text{ kg}$, $\kappa = 1,4$, $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

3. Pozitronium

Za určitých okolností může dojít k záchytu pozitronu elektronem a vytvoří se na krátký čas (přibližně desetiny ns) vázaná soustava – *pozitronium*. Jde o soustavu podobnou atomu vodíku s tím rozdílem, že proton jádra je nahrazený pozitronem, který má stejnou hmotnost jako elektron $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, ale opačný náboj $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Uvažujeme jednoduchý model analogický Bohrovi modelu atomu vodíku, v němž elektron a pozitron považujeme za bodové částice pohybující se po kruhových trajektoriích kolem společného těžiště. Moment hybnosti soustavy částic je celočíselným násobkem elementárního kvanta

$$L_1 = \hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

(redukovaná Planckova konstanta).

- a) Určete průměr d pozitronia v základním kvantovém stavu, který se vyznačuje momentem hybnosti soustavy částic $L = L_1$.

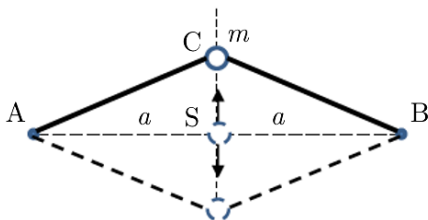
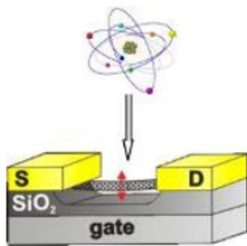
Poznámka: Za průměr pozitronia považujte průměr trajektorie částic.

- b) Určete vazebnou energii E_p pozitronia v základním kvantovém stavu, tj. celkovou mechanickou energii pozitronia ve vztažné soustavě těžiště. Energii vyjádřete v jednotkách eV. Ukažte, že platí $E_p = -2E_k$.
- c) Pozitronium je nestabilní exotický atom s dobou života přibližně 0,1 ns. Zánik je spojen s anihilací dvojice elektron–pozitron, při které dochází k přeměně pozitronia na dvojici stejných fotonů γ . Určete energii E_γ a vlnovou délku λ_γ každého z fotonů, které vzniknou při anihilaci pozitronia.

Úlohu řešte obecně a poté pro dané hodnoty veličin. Chybějící konstanty vyhledejte v MF tabulkách nebo na internetu.

4. Nanováhy

V roce 2012 byl publikován článek, kde Adrian Bachtold se svou výzkumnou skupinou na Katalánské univerzitě v Barceloně pomocí uhlíkových nanotrubic uskutečnil měření hmotnosti atomů xenonu s hmotností 218 yoktogramů s přesností jednotky yoktogramu. Vznikla tak možnost změřit hmotnost jednoho protonu.



Obr. 3

Uhlíková nanotrubička je tenké duté vlákno s vnějším průměrem o délce několika nanometrů (nm), s nízkou průměrnou hustotou a vysokým modulem pružnosti v tahu E . Díky tomu je pružnější až milionkrát více než běžná pera. Uhlíkové nanotrubičky se vyznačují vysokou elektrickou vodivostí v podélném směru.

Při konstrukci vah byla nanotrubička umístěna mezi dvě mikrodestičky S a D (obr. 3 vlevo). Nanotrubička byla použita jako podélná pružina, která může kmitat ve směru kolmém na podélnou osu nanotrubičky. Vznikl tak mikroskopický oscilátor s frekvencí f_0 vlastních příčných kmitů. Pokud se na nanotrubičce zachytí měřený atom, změní se frekvence kmitů tohoto oscilátoru. Ze změny frekvence lze určit hmotnost zachyceného atomu.

- a) Uvažujeme zjednodušený model kmitající soustavy podle obr. 3 vpravo. Tělesko s hmotností m je upevněno dvěma pružnými vlákny o délce a a délkové hmotnosti μ mezi body A a B (obr. 3 vpravo). Síla napínající vlákno v klidové poloze je dána počátečním relativním prodloužením ε vzhledem na jejich nezátíženou délku a_0 .

Po vychýlení tělíska ve svislém směru z rovnovážné polohy a jeho uvolnění začne soustava kmitat kolem rovnovážné polohy. Předpokládejte, že úseky AC a CB vláken zůstávají přímé při pohybech tělíska a že modul pružnosti v tahu je E . Uvažujte velmi malé výchylky tělíska z rovnovážné polohy. Určete frekvenci f kmitů soustavy.

- b) Pomocí modelu z části a) určete frekvenci f_0 kmitů nezátížené nanotrubičky ($m = 0$) s počátečním relativním prodloužením $\varepsilon = 0,10$, a frekvenci f kmitů se zachyceným atomem xenonu v jejím středu při délce nanovlákn $l = 2a = 1,0 \mu\text{m}$, průměru $d = 1,0 \text{ nm}$, délkové hmotnosti $\mu = 1,0 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ a modulu pružnosti v tahu $E = 900 \text{ GPa}$.

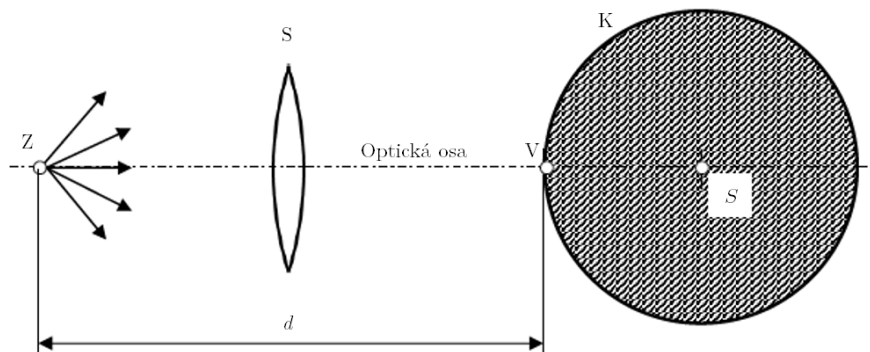
Posuďte, zda se přítomnost atomu xenonu na nanotrubičce projeví měřitelnou změnou frekvence.

Poznámky: Měření relativní změny frekvence 1 ppm je možné běžnými prostředky (ppm – parts per million, tj. jedna miliontina). Vlákno má hmotnost srovnatelnou s hmotností tělíska, a proto je nutné uvažovat vliv jeho hmotnosti na kmitý soustavy. Další potřebné informace vyhledejte na internetu.

5. Odraz od lesklé koule

Před lesklou koulí K s poloměrem $R = 25 \text{ mm}$ se nachází bodový zdroj Z ve vzdálenosti $d = 80 \text{ mm}$ od bodu V na povrchu koule, viz obr. 4. Do středu vzdálenosti ZV je umístěna spojná čočka S s ohniskovou vzdáleností $f = 30 \text{ mm}$, přičemž přímka ZV představuje optickou osu soustavy. Světlo zdroje prochází čočkou a dopadá na lesklý povrch koule, od kterého se dokonale odráží.

Zkonstruujte co nej přesněji optickou soustavu a vyznačte v ní chod významných paprsků potřebných pro určení polohy obrazu zdroje.



Obr. 4

- Zkonstruujte obrazy zdroje Z postupně tak, jak je zobrazují jednotlivé části soustavy při průchodu paprsků soustavou. Zkonstruujte obraz Z_1 zdroje Z vytvořený čočkou, obraz Z_2 zdroje vytvořený odrazem světla od povrchu koule a obraz Z_3 zdroje vytvořený po zpětném průchodu odraženého světla čočkou. Uveďte vlastnosti (skutečný – zdánlivý) jednotlivých obrazů. Postup konstrukce obrazů stručně popište.
- Z nákresu soustavy určete graficky přibližné vzdálenosti z_2 a z_3 obrazů Z_2 a Z_3 zdroje světla od bodu V na povrchu koule.

Při řešení úlohy uvažujte tenkou čočku a tenké zrcadlo, jehož ohnisko odrazové kulové plochy leží v polovině úsečky VS . Rovněž uvažujte, že se všechny paprsky nacházejí v paraxiálním prostoru.

6. Praktická úloha: Ověření Stefanova–Boltzmannova zákona

Teorie: Vlákno žárovky se přibližně chová jako černé těleso, jehož intenzita vyzařování je určena Stefanovým–Boltzmannovým zákonem:

$$M_e = \frac{\Phi_e}{S} = \sigma T^4, \text{ kde } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}.$$

Žářivý tok žárovky Φ_e je prakticky stejný jako její elektrický příkon

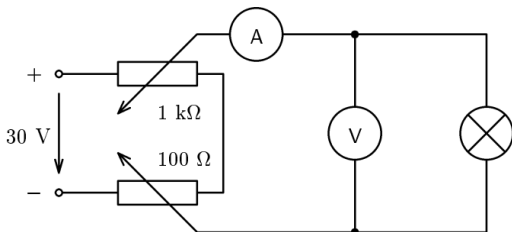
$$P = UI.$$

Předpokládejte, že závislost odporu vlákna žárovky na teplotě je přibližně lineární a můžeme ji vyjádřit vztahem

$$R = R_1 (1 + \alpha \Delta t),$$

kde R_1 je odpor při vztažné teplotě t_1 , $\Delta t = t - t_1$ je změna teploty a α je teplotní součinitel odporu. Zvolíme-li vztažnou teplotu mezi 15°C a 25°C , má wolframové vlákno, ze kterého je vlákno žárovky vyrobeno, teplotní součinitel odporu

$$\alpha = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$



Obr. 5

V naší úloze použijeme malou žárovku s jmenovitými hodnotami napětí a proudu

$$U_{\text{jm}} = 24 \text{ V}, \quad I_{\text{jm}} = 0,1 \text{ A},$$

která se běžně prodává v elektrotechnických prodejnách (signální nebo také telefonní žárovka 24 V/100 mA).

Úkoly:

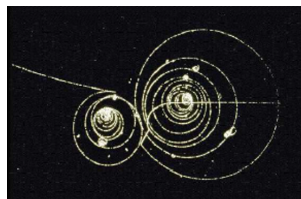
- 1) V zapojení podle obr. 5 změřte pečlivě závislost proudu, který prochází žárovkou, na připojeném napětí. Z výsledků měření určete, jak se s rostoucím napětím mění příkon žárovky a odpor jejího vlákna.
- 2) Sestrojte graf závislosti odporu žárovky na napětí a z něj stanovte odpor vlákna při nulovém napětí, kdy je teplota vlákna stejná jako teplota okolí.
- 3) Určete, jak se s rostoucím napětím mění teplota vlákna žárovky. Potřebný vztah odvoďte. Za vztažnou teplotu zvolte teplotu laboratoře.
- 4) Ověřte, že při napětí větším než 5 V, kdy se téměř celá dodaná energie vyzáří, je poměr P/T^4 konstantní.
- 5) Stanovte plošný obsah části povrchu dokonale černého tělesa, která by při zjištěných teplotách zářila stejně jako daná žárovka.

U/V	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	5,0	10	15	20	25
I/mA											
R/Ω											
P/W											
T/K											
$P \cdot T^{-4}$											

Poznámka: První část měření (do 1 V) slouží především k určení odporu žárovky R_1 při teplotě okolí; v druhé části (od 5 V) ověříme Stefanův–Boltzmannův zákon.

7. Mlžná komora

Mlžná komora slouží ke zviditelnění pohybu částic s nábojem. V komoře je přesycená pára, která na částicích kondenzuje. Vzniká tak stopa odpovídající trajektorii částice. Nachází-li se komora v homogenním magnetickém poli, pohybují se nabitě částice po zakřivených trajektoriích. Na obr. 6 je zaznamenaná trajektorie částic, pořízená v mlžné komoře evropského střediska jaderného výzkumu CERN. Analýzou těchto trajektorií lze částice identifikovat a zkoumat různé interakce.



Obr. 6

Uvažujme mlžnou komoru, ve které se nacházejí neutrální atomy radioaktivního radia ^{226}Ra . Tento izotop se používá jako α -zářič. Předpokládejme, že částice je z jádra emitována kolmo na směr vektoru magnetické indukce.

- Předpokládejte, že se částice uvolní z jádra rychlostí v . Popište trajektorii částice a určete její základní parametry. Vysvětlete, proč má mlžná stopa částice tvar spirály – viz obr. 6. Pokud je pravá spirála na obr. 6 stopa částice s kladným nábojem, určete směr indukce $\mathbf{B}$ magnetického pole. Svou odpověď fyzikálně zdůvodněte.
- Napište rovnici reakce, při které dochází k emisi částice α z atomu ^{226}Ra . Jaký je název nově vzniklého atomového jádra?

Při uvedené reakci se uvolní energie $E = 4,87 \text{ MeV}$. Předpokládejte, že celá energie E představuje kinetickou energii částice α .

- V mlžné komoře, která se nachází v magnetickém poli s indukcí $B = 10,0 \text{ T}$, se objeví stopa α -částice a stopa vzniklého iontu. Určete počáteční poloměr křivosti obou stop a počáteční úhlové rychlosti obou částic.

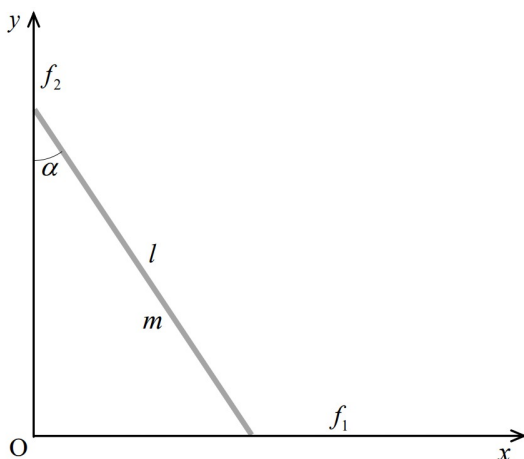
Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte velikost tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Tyč opřená o stěnu

Homogenní tyč délky l a o hmotnosti m se jedním koncem opírá o vodorovnou podlahu a druhým koncem o svislou stěnu. Součinitel smykového tření mezi tyčí a podlahou je $f_1 = \frac{1}{4}$, mezi tyčí a svislou stěnou $f_2 = \frac{1}{5}$. Uvažujme krajní rovnovážnou polohu tyče, kdy je úhlová odchylka α tyče od stěny maximální. V soustavě souřadnic Oxy podle Obr. 1 označíme $\mathbf{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y})$ sílu, kterou na tyč působí podlaha, a $\mathbf{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y})$ sílu, kterou na tyč působí svislá stěna.

- Určete úhel α a souřadnice F_{1x} , F_{1y} , F_{2x} , F_{2y} sil $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, které vyjádřete obecně i číselně ve tvaru zlomku jako násobky velikosti mg tíhové síly tyče.
- Určete velikosti F_1 , F_2 sil $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ a směrové úhly (orientovaný úhel mezi danou silou a osou x) β_1 , β_2 těchto sil.



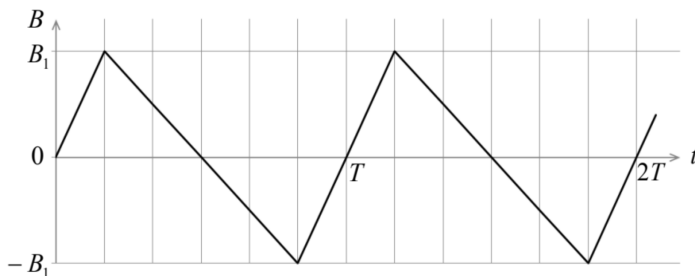
Obr. 1

2. Elektromagnetická indukce ve vodivém rámečku

Měděný rámeček tvaru čtverce s vrcholy A, B, C, D a s délkou strany $a = 60 \text{ mm}$ se nachází v časově proměnném homogenním magnetickém poli. Rovina rámečku je kolmá k magnetické indukci, jejíž velikost se mění periodicky s časem podle grafu, kde $B_1 = 0,50 \text{ T}$, $T = 0,30 \text{ s}$, viz Obr. 2. Odpor každého ze čtyř přímých vodičů rámečku je $R_1 = 0,90 \text{ m}\Omega$.

- Sestrojte na časovém intervalu $\langle 0; T \rangle$ s konkrétními číselnými hodnotami (včetně znaménka) graf závislosti $u_i = u_i(t)$ indukovaného napětí v rámečku na čase.
- Určete obecně i číselně práci W elektrického proudu během jedné periody T .

- c) Nyní z rámečku mezi vrcholy A a D odstraníme měděný vodič a nahradíme jej odporovým vodičem z nikelinu stejné délky. Odpor nikelinového vodiče je $R_2 = 23R_1$. Určete obecně i číselně práci W' elektrického proudu během jedné periody T .
- d) Určete napětí U_{AB} , U_{BC} , U_{CD} , U_{DA} mezi dvojicemi sousedních vrcholů měděného rámečku a napětí U'_{AB} , U'_{BC} , U'_{CD} , U'_{DA} mezi dvojicemi sousedních vrcholů kombinovaného rámečku, jestliže hodnota celkového indukovaného napětí na rámečku je U . Výsledek vyjádřete jako číselný násobek napětí U .



Obr. 2

3. Cyklistická časovka a vítr

Cyklista absolvoval časovku délky $s = 36,00$ km, přičemž trasa vedla po přímé vodorovné silnici k otočce a zpět. Po celou dobu jízdy foukal vítr stálou rychlostí ve směru od startu k otočce. Cyklista dosáhl na trase k otočce času $t_1 = 21$ min 36 s, v opačném směru času $t_2 = 33$ min 45 s. Výkon cyklisty byl po celou dobu jízdy stálý.

- a) Určete velikost u rychlosti větru.
- b) Určete čas t_0 , kterého by za jinak stejných podmínek cyklista dosáhl v časovce za bezvětří, a porovnejte jej s celkovým časem za větru.

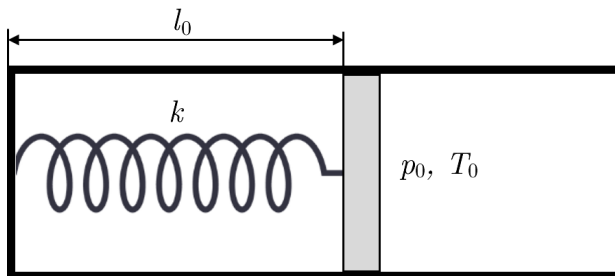
Odporová síla vzduchu působící proti pohybu cyklisty je přímo úměrná druhé mocnině rychlosti, tj. $F_{\text{odp}} = kv^2$. Valivý odpor zanedbejte. Dobu rozjezdu a dobu otočky považujte za zanedbatelné.

4. Vzduch pod pístem

Ve vodorovně položené válcové nádobě se nachází pod pístem zanedbatelné hmotnosti suchý vzduch. Průřez válcové nádoby je S . Tření mezi válcem a pístem je zanedbatelné. Píst je spojen se základnou válce pružinou o tuhosti k , viz Obr. 3. Je-li uvnitř válce, stejně jako v jeho okolí, normální atmosférický tlak $p_0 = 100$ kPa a teplota $t_0 = 20^\circ\text{C}$, je pružina v nenapjatém stavu a její délka je l_0 . Parametry soustavy jsou voleny tak, že platí $p_0 S = kl_0$.

- a) Jak závisí tlak uvnitř válce na vzdálenosti pístu od základny válce l ?

- b) Jak závisí vzdálenost l pístu od základny válce na termodynamické teplotě T uvnitř válce?
- c) Při jaké teplotě t_1 v nádobě se objem vzduchu zvětší o $x = 20\%$? Určete změnu vnitřní energie ΔU při tomto ději a teplo Q , které bylo k této změně nutno dodat.



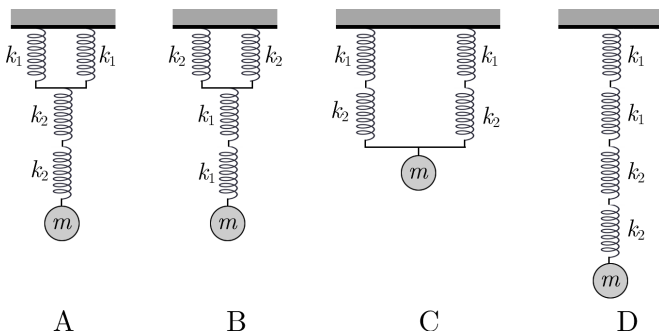
Obr. 3

Vzduch považujte za ideální plyn s dvouatomovými molekulami. Část c) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $l_0 = 20,0$ cm, $S = 10,0$ cm².

5. Dva páry pružin

Dvě pružiny o tuhosti k_1 a dvě stejně dlouhé pružiny o tuhosti k_2 jsou zavěšeny s pomocí lehké příčky v různých zapojeních podle schémat A, B, C a D (viz Obr. 4), a na spodních koncích zatíženy břemenem určité hmotnosti m . Hmotnosti samotných pružin a spojovací příčky jsou zanedbatelné.

- a) Určete obecně tuhosti k_A , k_B , k_C a k_D takto vzniklých oscilátorů.
- b) Při splnění podmínky $\frac{k_1}{k_2} = 2$ je prodloužení jedné ze soustav dvojnásobné v porovnání s jinou soustavou. O které dvě soustavy se jedná?
- c) Jaké budou periody kmitů soustav A, B a C po zavěšení tělesa o stejné hmotnosti m při splnění podmínky $\frac{k_1}{k_2} = 2$, je-li perioda v případě D rovna $T_D = 2,0$ s?



Obr. 4

6. Praktická úloha: Měření galvanického článku s přírodním elektrolytem

Ponoříme-li do elektrolytu dvě elektrody s různými elektrochemickými potenciály, vznikne mezi nimi napětí. Elektrolytem může být libovolné prostředí obsahující volně pohyblivé ionty. K přírodním elektrolytům můžeme řadit vodu z vodovodu nebo vodu studniční i šťávu z různých druhů ovoce a zeleniny. Pro svorkové napětí zdroje platí

$$U = U_e - R_i \cdot I, \quad (1)$$

kde U_e je elektromotorické napětí zdroje, R_i vnitřní odpor zdroje a I proud procházející obvodem.

Potřeby: Dvě elektrody z různých kovů (nejlépe měď a zinek), brambor (jablko, citron), digitální multimetr, reostat.

Příprava galvanického článku: Připravte si elektrody z měděného a zinkového plechu, doporučené rozměry jsou 50 mm × 10 mm. Zinkový plech můžete získat z pláště starého monočlánku, případně jej můžete nahradit pozinkovaným klempířským plechem nebo plechem hliníkovým. Elektrody očistěte jemným smrkovým plátnem a zasuňte do bramboru (jablka, citronu) polovinou délky 1 cm až 2 cm od sebe.

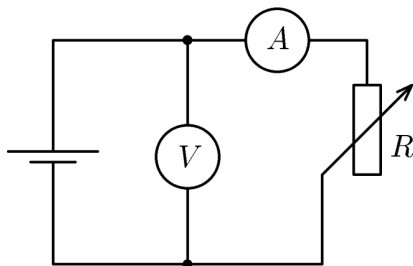
Provedení úlohy:

- Voltmetrem změřte svorkové napětí. Vzhledem k zanedbatelné velikosti proudu procházejícího voltmetrem pokládejte toto napětí za elektromotorické. Změřené napětí porovnejte s tabulkovým rozdílem elektrochemických potenciálů obou použitých kovů.
- Změřte vnitřní odpor zdroje R_i metodou zkratového proudu. K elektrodám článku připojte samotný ampérmetr a změřte zkratový proud I_k . Vzhledem k malému napětí článku nemůžeme zanedbat napětí na ampérmetru a jeho odpor R_A . Platí

$$U_e = (R_i + R_A)I_k, \quad R_i = \frac{U_e}{I_k} - R_A.$$

Odpor ampérmetru v multimetru R_A zjistěte v jeho návodu k použití.

- V zapojení podle obr. 5 proměřte závislost svorkového napětí zdroje na odebíraném proudu a sestrojte jeho zatěžovací charakteristiku. Použijte reostat s celkovým odporem asi $10R_i$.
- Ze vztahu (1) odvoďte, že zdroj dodává do vnější části obvodu maximální výkon, jestliže $U = U_e/2$. Nastavte takový odpor reostatu, aby tato podmínka byla přibližně splněna a po dobu 30 minut sledujte svorkové napětí zdroje a odebíraný proud. Hodnoty zapisujte po 1 minutě. Určete náboj, který za tuto dobu prošel obvodem, a práci vykonanou ve vnější části obvodu.



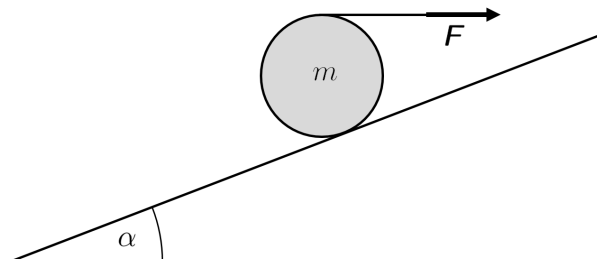
Obr. 5

e) Zhodnoťte přesnost získaných výsledků.

7. Koule na nakloněné rovině

Na nakloněné rovině s úhlem sklonu $\alpha = 30^\circ$ leží koule o hmotnosti $m = 0,5 \text{ kg}$. V rovnováze je udržována silou $\mathbf{F}$, která má vodorovný směr, viz Obr. 6.

- Určete velikost a směr všech sil, které na kouli působí.
- Jakou podmínku musí splňovat součinitel tření f mezi koulí a nakloněnou rovinou, aby koule byla v klidu?



Obr. 6

Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

Není-li uvedeno jinak, uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Gumový míček

Pavel pustil gumový míček z výšky $h_0 = 2,00 \text{ m}$ a nechal ho volně padat na podlahu. Hmotnost míčku je $m = 100 \text{ g}$. Koeficient odrazivosti, tedy poměr výšky, do které míček vyskočí po odrazu, a výšky, ze které míček padal, je $k = 0,80$. Odpor vzduchu při pohybu míčku neuvažujte.

- Jakou rychlostí v_0 dopadl míček na podlahu?
- Do jaké výšky h_1 vyskočil míček po prvním odrazu?
- Jaká byla rychlost míčku v_1 po prvním odrazu?
- Napište obecně vztahy pro výšku h_x a rychlost v_x po x -tém odrazu.
- Sestavte tabulku výšek a rychlostí pro $x = 0$ (h_0 a v_0) až $x = 10$ (h_{10} a v_{10}).
- Sestrojte grafy závislosti výšky a rychlosti na $x \in \{0; 1; 2; \dots 10\}$.
- Z tabulky i grafu určete, po kterém odrazu má míček rychlost menší než $0,5v_0$ a odrazí se do výšky menší než $0,5h_0$.

2. Kalorimetrická rovnice

V kalorimetru je voda o hmotnosti $m_1 = 1,00 \text{ kg}$ a teplotě $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$, do níž se pohltila vodní pára o hmotnosti $m_2 = 0,010 \text{ kg}$ a teplotě $t_2 = 100,0^\circ\text{C}$.

- Určete výslednou teplotu t vody v kalorimetru.
- Vypočtete hmotnost vody m_3 o teplotě $t_3 = 100,0^\circ\text{C}$, kterou bychom museli přidat do kalorimetru místo páry, aby se teplota vody opět ustálila na teplotě t vypočtené v části a).
- Vypočtete hmotnost ledu m_4 o teplotě $t_4 = -10,0^\circ\text{C}$, který bychom museli přidat do vody o počáteční teplotě $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$, aby se teplota snížila o stejnou hodnotu, o jakou se v částech a) a b) zvýšila.

Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2100 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 334 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ a měrné skupenské teplo vypařování $l_v = 2260 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Tepelné ztráty a změnu teploty kalorimetru neuvažujte.

3. Děje s ideálním plynem

Ideální dvouatomový plyn má počáteční teplotu $T_1 = 600 \text{ K}$, látkové množství $n = 2,00 \text{ mol}$, objem $V_1 = 0,500 \text{ m}^3$ a tlak p_1 . Při izotermické expanzi na objem V_2 vykoná plyn práci $W = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$, při adiabatické expanzi $W = (p_2V_2 - p_1V_1)/(1 - \kappa)$, kde $\kappa = 1,4$ je Poissonova konstanta pro dvouatomový ideální plyn a $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je molární plynová konstanta.

- Vypočtete počáteční tlak p_1 .

- b) Určete práci, vykonanou při izotermickém ději, jestliže se objem plynu zdvojnásobí.
- c) Stejný plyn projde izobarickou expanzí, při které se vykoná stejně velká práce jako v úloze b). Určete objem V_2 a teplotu T_2 v konečném stavu.
- d) Plyn projde adiabatickou expanzí, při které se vykoná stejně velká práce jako v úloze b). Určete tlak p_2 , objem V_2 a teplotu T_2 v konečném stavu.

4. Tíhové a gravitační zrychlení

Hmotnost Země je $M_Z = 5,974 \cdot 10^{24}$ kg, Newtonova gravitační konstanta $G = 6,674 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². Zemi považujeme za kouli o poloměru $R_Z = 6378$ km.

- a) Určete gravitační zrychlení a_g na rovníku Země.
- b) Vypočítejte velikost gravitačního zrychlení a_{g1} na vrcholku hory Kenya, která leží na rovníku a jejíž výška je $h_1 = 5200$ m.
- c) V jaké výšce h_2 nad povrchem Země je gravitační zrychlení a_{g2} o 10% menší než na povrchu Země?
- d) Doba rotace Země kolem vlastní osy je $T = 86164$ s. Jaké je tíhové zrychlení g na rovníku a v místě, jehož zeměpisná šířka je $\varphi = 60^\circ$?

5. Měděná tyč

Měděná tyč má při teplotě t_1 délku l_1 .

- a) Určete konečnou teplotu tyče t_2 , prodlouží-li se při zahřátí o $\varepsilon = 0,010\%$.
- b) Určete změnu vnitřní energie tyče ΔU .
- c) Jaké normálové napětí σ_n by vzniklo v tyči, kdybychom ji tlakem deformovali na původní délku l_1 ?
- d) Tyč celou ponoříme do dlouhé úzké nádoby s vodou o objemu V a teplotě t_3 . Určete výslednou teplotu t soustavy voda – tyč. Změnu teploty nádoby zanedbejte.

Úlohu řešte nejprve obecně, poté pro následující hodnoty: délka tyče $l_1 = 2,000$ m, průřez tyče $S = 1,0$ cm², počáteční teplota tyče $t_1 = 20^\circ\text{C}$, hustota mědi $\rho_{\text{Cu}} = 8900$ kg·m⁻³, teplotní součinitel délkové roztažnosti mědi $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹, měrná tepelná kapacita mědi $c_{\text{Cu}} = 380$ J·kg⁻¹·K⁻¹, modul pružnosti v tahu/tlaku mědi $E = 120$ GPa, objem vody $V = 1,25$ dm³, teplota vody $t_3 = 8,8^\circ\text{C}$, hustota vody $\rho_v = 998$ kg·m⁻³, měrná tepelná kapacita vody $c_v = 4180$ J·kg⁻¹·K⁻¹. V teplotním intervalu, ve kterém probíhá děj, považujte hustoty, měrné tepelné kapacity a teplotní součinitel délkové roztažnosti za konstantní.

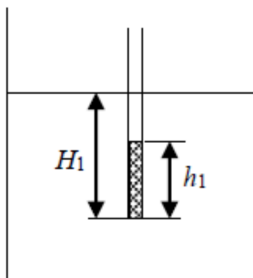
6. Praktická úloha: Zkumavka

Úkol: Vložíme-li do velké nádoby s vodou prázdnou zkumavku, převrátí se na bok. Aby zůstala plavat ve svislé poloze, je třeba do ní nalít trochu kapaliny.

Při nalévání kapaliny se mění ponor zkumavky. Realizujte metodu na určení hmotnosti m zkumavky a hustoty ϱ dolévané kapaliny.

Pomůcky: Velká nádoba s vodou, tenkostěnná zkumavka, proužek milimetrového papíru, měřená kapalina (např. roztok soli ve vodě).

Postup: Zkumavku vložíme do nádoby a nalijeme do ní tolik kapaliny, aby plavala ve svislém směru. Pomocí milimetrového papíru přiloženého ke zkumavce změříme hodnoty veličin h_1 a H_1 podle Obr. 1.



Obr. 1

Následně do zkumavky přilejeme vodu a změříme hodnoty h_2 a H_2 .

Podle Archimédova zákona je hmotnost zkumavky s kapalinou rovna hmotnosti vody vytlačené ponořenou částí zkumavky. V prvním případě dostaneme rovnici

$$m + \varrho h_1 S = \varrho_v H_1 S$$

a v druhém případě

$$m + \varrho h_2 S = \varrho_v H_2 S,$$

kde $\varrho_v = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ je hustota vody a $S = \frac{d^2}{4}$ obsah průřezu zkumavky, přičemž d je průměr zkumavky. Rozdíl vnitřního a vnějšího průměru zkumavky neuvažujeme. Odečtením obou rovnic a následnou úpravou získáme vztah pro výpočet hustoty ϱ neznámé kapaliny:

$$\varrho = \varrho_v \frac{H_2 - H_1}{h_2 - h_1}.$$

Vložením získaného vztahu pro hustotu ϱ kapaliny do první rovnice a úpravou získáme:

$$m = \varrho_v S \left(H_1 - h_1 \frac{H_2 - H_1}{h_2 - h_1} \right) = \varrho_v \frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{H_1 h_2 - H_2 h_1}{h_2 - h_1} \right).$$

Změřte příslušné veličiny pro tři různé kapaliny (např. roztoky soli s různou koncentrací) a výsledky запиšte do tabulky.

Vypočítejte hodnoty m a ρ pro každé měření.

7. Koule v mořské vodě

Tenkostěnná železná koule má vnější poloměr R a plave v mořské vodě.

- Určete tloušťku plechu x , je-li koule ponořena v mořské vodě právě polovinou svého objemu.
- Určete tloušťku plechu x_1 , aby se koule v mořské vodě vznášela.
- Koule o stejném poloměru bude nyní celá ze železa a zavěšena na ocelovém laně. Jaká tahová síla T bude působit na lano, bude-li koule ponořena v mořské vodě opět právě polovinou svého objemu?
- Určete nejmenší poloměr r ocelového lana, který drží kouli z úlohy c), je-li mez pevnosti oceli σ_p .

Úlohu řešte nejprve obecně, poté pro následující hodnoty: hustota železa $\rho_{\text{Fe}} = 7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota mořské vody $\rho_v = 1030 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, poloměr koule $R = 40,0 \text{ cm}$, mez pevnosti oceli $\sigma_p = 600 \text{ MPa}$, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Úlohy 1. kola 67. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Dva cyklisté

Dva cyklisté Jenda a Kamil se rozhodli projet neznámý okruh tak, že vyrazí současně v navzájem opačných směrech. V místě setkání na okruhu se oba zastavili, zjistili dosavadní čas $t_0 = 16 : 48 \text{ min}$ a dosavadní průměrné rychlosti. Jenda měl průměrnou rychlost $v_{J1} = 20,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Kamil $v_{K1} = 25,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Oba dva pak vynulovali své cyklocomputery a pokračovali dále v jízdě. Do cíle, tj. do místa startu, dorazili postupně. Jenda měl na své druhé části okruhu průměrnou rychlost $v_{J2} = 21,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Kamil $v_{K2} = 18,00 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- Určete celkovou délku s okruhu.
- Určete časový interval Δt mezi dojezdy cyklistů do cíle a kdo byl v cíli první.
- Určete celkovou průměrnou rychlost v_J Jendy a celkovou průměrnou rychlost v_K Kamila.

2. Volný pád míčků

Ze dvou balkónů výškové budovy nad sebou pouští volným pádem tenisové míčky dva spolužáci, Natálie z výšky $h_1 = 16,0 \text{ m}$ nad zemí a Václav z výšky $h_2 = 28,4 \text{ m}$ nad zemí.

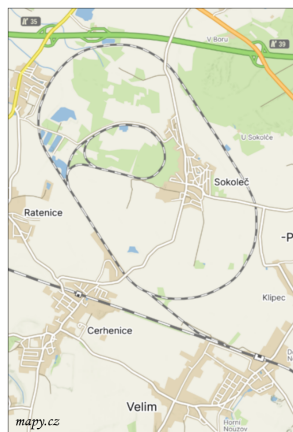
- Každý uvolnil svůj míček ve stejném okamžiku. Určete čas t_1 dopadu míčku uvolněného Natálií a čas t_2 dopadu míčku uvolněného Václavem.
- Určete čas t_0 , ve kterém musí Natálie svůj míček uvolnit, aby oba míčky dopadly ve stejném okamžiku.
- Sestrojte do jednoho obrázku graf závislosti okamžité výšky každého míčku na čase. Využijte Excel, nebo grafy sestrojte na milimetrový papír.

Řešení částí a) a b) vyjádřete obecně i číselně. Odpor vzduchu zanedbejte.

3. Zkušební železniční okruh

Velký železniční okruh Zkušebního centra Velim délky $s = 13\,276 \text{ m}$ se skládá ze dvou kruhových oblouků o poloměru $r = 1\,400 \text{ m}$, dvou přímých úseků a čtyř krátkých přechodových úseků mezi přímkou tratí a obloukem.

- Určete čas t_0 , za který celý okruh projede vlak při stále rychlosti $v = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Určete čas t_1 , za který celý okruh projede vlak, který se rozjíždí z klidu se stálým tečným zrychlením $a = 0,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a po dosažení rychlosti $v = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ pokračuje v jízdě rovnoměrným pohybem.



- c) Určete při průjezdu vlaku kruhovým obloukem rychlostí v jeho úhlovou rychlost v radiánech za sekundu a ve stupních za minutu.
- d) Při průjezdu vlaku kruhovým obloukem je cestující přitlačován do sedadla výslednicí $\mathbf{F}$ tíhové síly a setrvačné odstředivé síly. Určete úhlovou odchylku α výslednice $\mathbf{F}$ od svislého směru.

Řešení vyjádřete obecně i číselně.

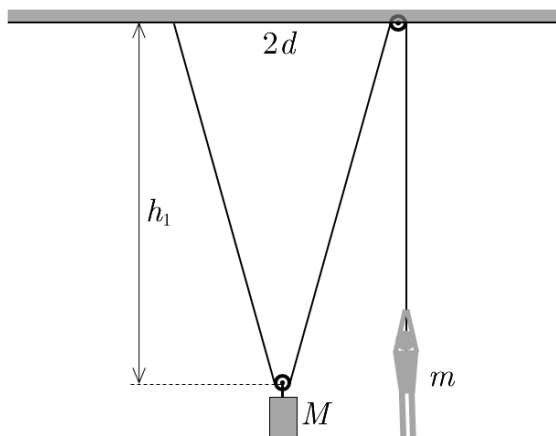
4. Břemeno na kladkách

Chlapec o hmotnosti m pomalu zvedá břemeno o hmotnosti M soustavou lana s pevnou a s volnou kladkou (viz obrázek). V počáteční poloze je břemeno na podlaze a dolní volná kladka se nachází v hloubce h_1 pod úrovní horní pevné kladky. Horní pevná kladka se nachází ve vodorovné vzdálenosti $2d$ od místa upevnění lana. Chlapec začne břemeno pomalu vytahovat nahoru tak, že pohyb břemene je rovnoměrný.

- a) Určete velikost F_1 síly, kterou chlapec působí na lano v okamžiku uvolnění břemene od podlahy.
- b) Chlapec táhne za volný konec lana, čímž vytahuje břemeno nahoru až do polohy, kdy zůstane na laně viset, aniž by se nohama dotýkal země. Určete v jaké hloubce h_2 bude volná kladka pod úrovní horní pevné kladky.
- c) Určete minimální hmotnost M' břemene, které chlapec nemůže volným tahem za konec lana z podlahy zvednout.

Rozměry a hmotnosti kladek a hmotnost lana zanedbejte.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 60$ kg, $M = 75$ kg, $h_1 = 5,0$ m, $d = 1,2$ m, $g = 9,81$ m $\cdot$ s $^{-2}$.



5. Tři vagóny

Vagón o hmotnosti $m_0 = 30$ t se pohybuje po přímých vodorovných kolejích rychlostí $v_0 = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a před sebou má soupravu dvou pevně spojených vagónů o hmotnostech $m_1 = 26$ t a $m_2 = 40$ t. Po nárazu se s vagóny automaticky spojí a souprava tří vagónů se pohybuje dále.

- Určete velikost u rychlosti soupravy tří vagónů.
- Určete velikost w rychlosti soupravy tří vagónů v případě, kdy zbývající dvojice bude rozpojená a jedoucí vagón se nejprve po nárazu automaticky spojí s vagónem o hmotnosti m_1 a poté se tato souprava po nárazu automaticky spojí se zbývajícím vagónem o hmotnosti m_2 .
- Určete v obou případech rozdíl $\Delta E_k = E_k - E'_k$ a podíl $\frac{E'_k}{E_k}$, kde E_k je počáteční kinetická energie pohybujícího se vagónu a E'_k konečná kinetická energie celé soupravy.

Řešení vyjádřete obecně i číselně.

6. Praktická úloha: Pasticčka na myši

Mechanická pastička na myši se skládá z pružinového mechanismu umístěného na dřevěné podložce. S pružinou je spojena příklopka (kovový rám ve tvaru obdélníku), kterou při napínání otočíme kolem osy pružiny přibližně o 180° . V koncové poloze ji zajistíme tuhou drátkovou pákou, kterou zaklesneme do kovového plíšku s návnadou. Při deformaci pružiny vnější síla vykonala práci, která se „uchovala“ jako potenciální energie pružnosti pružiny.

Úkoly:

- Změřte velikost vnější síly při úhlech otočení 0° , 45° , 90° , 135° , 180° .
- V programu Excel sestrojte graf závislosti velikosti vnější síly na dráze měřené po trajektorii vnější strany rámečku.
- Pomocí grafu určete práci, kterou musíme vykonat k nastražení pastičky, tj. k uvedení pružiny do napnutého stavu při opsaném úhlu 180° .

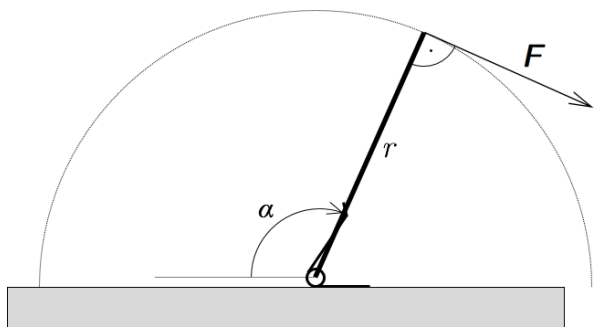
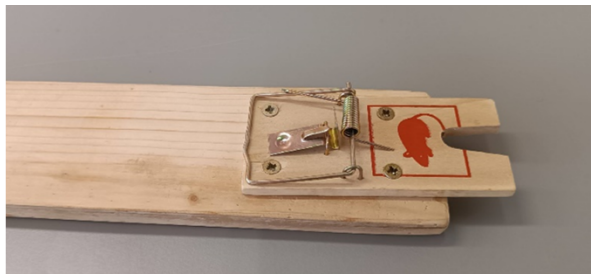
Pomůcky: Upravená pastička, siloměr s vhodným rozsahem (≈ 10 N), délkové měřidlo, rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník na rýsování.

Provedení:

- Abychom siloměrem změřili sílu potřebnou k napínání ve všech polohách, je nutné dřevěnou podložku opatřit výřezem, případně ji seříznutím zkrátit. Přitom odstraníme páku.

Z důvodu bezpečnosti i komfortu při měření je vhodné pastičku přišroubovat k prkénku, které při měření přitlačujeme rukama k desce stolu.

Siloměr zaklesneme symetricky za vnější stranu rámečku a opatrně pomalým tahem za siloměr v tečném směru k trajektorii bodu uchycení rámeček otáčíme.



V polohách s požadovanými úhly (pro nastavení 45° a 135° použijeme trojúhelník) přečteme na siloměru velikost síly a zapíšeme do tabulky. Dráhu doplníme později po výpočtu v Excelu.

$r =$					
$\frac{\alpha}{^\circ}$	0	45	90	135	180
$\frac{s}{m}$					
$\frac{F}{N}$					

- 2) Z tabulky do Listu Excelu zapíšeme do sloupce A hodnoty nastavených úhlů. Do sloupce B vložíme vzorec pro výpočet dráhy pomocí úhlu a poloměru otáčení. Do sloupce C zapíšeme změřené velikosti síly. Nyní již můžeme vypočtené dráhy ve sloupci B dodatečně přepsat do původní tabulky v zadání. Sloupce B a C označíme a vložíme graf. Volíme graf *bodový pouze se značkami* (tj. bez jakýchkoliv spojnic), a přidáme *spojnici trendu*, typ *lineární*. Tím se zobrazí přímka, která prochází mezi zobrazenými body a nahrazuje jejich průběh ovlivněný chybami měření. Zobrazíme též rovnici spojnice trendu, tj. rovnici sestavené z přímky.
- 3) Obsah plochy pod grafem sestavené funkce odpovídá v příslušných jednotkách práci vykonané vnější silou. Tento obsah spočteme a zformulujeme závěr.

7. Raketa v beztláčeném prostoru

Jednostupňová raketa bez paliva má hmotnost m_0 , palivo má také hmotnost m_0 . Výtoková rychlost plynů vzhledem k raketě je w . Určete konečnou rychlost v , kterou raketa dosáhne v beztláčeném prostoru z klidu po vyhoření veškerého paliva. Výsledek vyjádřete obecně jako číselný násobek rychlosti w , poté číselně pro hodnotu $w = 3,00 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohu budeme řešit zjednodušeně, místo spojitého toků plynů si představíme postupné odvrhování plynu po dávkách:

- Určíme konečnou rychlost v_1 rakety, jestliže veškeré plyny o hmotnosti m_0 jsou vrženy najednou rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určíme konečnou rychlost v_2 rakety, jestliže se najednou odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{2}$ a poté najednou plyny o zbývajících hmotnosti $\frac{m_0}{2}$, vždy rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určíme konečnou rychlost v_3 rakety, jestliže se ve třech fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{3}$ vždy rychlostí w vzhledem k raketě.
- Určíme konečnou rychlost v_n rakety, jestliže se v n fázích postupně odvrhnou plyny o hmotnosti $\frac{m_0}{n}$ vždy rychlostí w vzhledem k raketě. Tuto část vyřešíme na počítači v Excelu pro $n = 10, 100, 1000$. (V každém kroku pro $i = 1, 2, \dots, n$ vypočteme přírůstek rychlosti a všech n přírůstků sečteme.)
- Úlohu d) řešte pro případ pětinasobné hmotnosti paliva (m_0 hmotnost rakety bez paliva, $5m_0$ hmotnost paliva).

Úlohy 1. kola 67. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2025/2026

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ N/kg} = 9,8 \text{ m/s}^2$ a hustotu vody $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3 = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

FO67EF1-1: Ze Lhoty do Suché

J. Thomas

Dva cyklisté stejné výkonnosti, Luboš a Standa, vyjíždí současně proti sobě z vesnic, vzdálených od sebe $d = 24 \text{ km}$. Luboš vyjíždí ze Lhoty, Standa ve stejnou dobu ze Suché. Oba cyklisté jezdí stejnou rychlostí. Směrem od Lhoty k Suché ale fouká vítr, který způsobí, že proti větru je rychlost cyklistů o stejnou hodnotu u menší, jako je naopak při jízdě po větru o stejnou hodnotu u větší než za bezvětří. Luboš dojede do Suché, obrátí se a hned jede nazpět. Standa se jízdou proti větru unavil, ve Lhotě si nějakou dobu Δt odpočínal a pak se teprve vracel. Cyklisté se poprvé potkali ve vzdálenosti $d_1 = 14,4 \text{ km}$ od Lhoty po $t_1 = 36 \text{ min}$ od chvíle, kdy vyjeli, podruhé ve vzdálenosti $d_2 = 4,8 \text{ km}$ od Lhoty.



- Jaká je skutečná rychlost v_1 cyklisty jedoucího po větru a v_2 cyklisty jedoucího proti větru?
- O jakou hodnotu u se sníží (nebo zvýší) rychlost každého cyklisty, jede-li proti větru (po větru)? Jakou rychlostí by oba jeli za bezvětří?
- Jak dlouho odpočíval Standa ve Lhotě?
- Sestrojte graf závislosti vzdálenosti od Lhoty s na času t pro oba cyklisty.

Část c) můžete řešit početně nebo graficky.

FO67EF1-2: Vesmírný dalekohled Jamese Webba

J. Thomas

Hlavní zrcadlo vesmírného dalekohledu Jamese Webba se skládá z 18 stejných segmentů tvaru pravidelného šestiúhelníku. Každý šestiúhelník si můžeme představit složený ze šesti rovnostranných trojúhelníků. Průměr šestiúhelníku je $1,5 \text{ m}$, strana každého trojúhelníku je tedy $0,75 \text{ m}$. Zrcadlo je zhotoveno z pozlaceného beryllia (hustota beryllia je $\rho_{\text{Be}} = 1,85 \text{ g/cm}^3$). Tloušťka každého segmentu je $h = 0,8 \text{ cm}$.



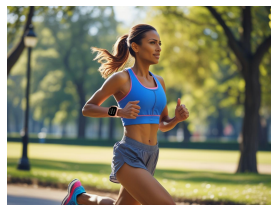
- Jaká je celková plocha zrcadla?
- Jaká je hmotnost celého zrcadla?
- Na pozlacení bylo použito stejné množství zlata, jaké odpovídá 12 párům snubních prstýnků, z nichž každý má hmotnost 12 g a je vyroben z 18karátového zlata (18karátové zlato obsahuje $78,5\%$ hmotnosti zlata). Hustota zlata je $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$. Jak silná je vrstva zlata na povrchu zrcadla?

Vztah pro výpočet obsahu rovnostranného trojúhelníku najdete v tabulkách nebo na internetu.

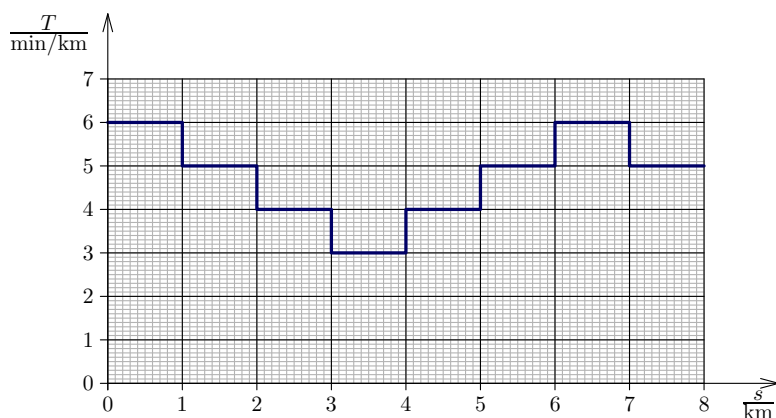
FO67EF1-3: Rychlostní tempo

J. Thomas

Markéta trénuje běh na delší vzdálenosti. Využívá přitom chytré hodinky, které umí s pomocí GPS měřit její rychlostní tempo T v jednotkách min/km, tedy za kolik minut by uběhla kilometr, kdyby udržovala stálé tempo. Závislost rychlostního tempa T na uběhnuté vzdálenosti s ukazuje graf na obr. 1. Pomocí tohoto grafu určete:



- Největší a nejmenší rychlost (v km/h) Markéty při tréninku.
- Nakreslete graf závislosti okamžité rychlosti v Markéty na uběhnuté vzdálenosti s .
- Jak dlouho trval Markétě tréninkový běh?
- Jaká byla Markétina průměrná rychlost při tréninku?



Obr. 1: K úloze FO67EF1-3

FO67EF1-4 Plavba v dřevěné bedně

L. Konrád (FO SR), L. Richterek

Honza našel během prázdnin u svého dědečka v kůlně dřevěnou bednu tvaru kvádra bez horní podstavy. Okamžitě ji změřil a do sešitu si zapsal, že má vnější délku dna $a = 250$ cm, vnější šířku dna $b = 50$ cm a vnější výšku $h = 32$ cm. Dědeček, bývalý lesník, mu prozradil, že je vyrobena z modřínového dřeva o hustotě $\rho = 600$ kg/m³ a má hmotnost $m = 30$ kg. Vážením pak zjistili Honzovu hmotnost $M_1 = 75$ kg. Jelikož hned za jejich domem je malé jezírko, Honzu napadlo, že se bude v bedně vozit po jezírku jako v lodičce.



- Jaký objem dřeva se spotřeboval na výrobu bedny? Jaký je vnitřní objem bedny?
- Do jaké hloubky h_1 se ponoří prázdná bedna, když ji Honza spustí do vody podle obrázku?
- O jakou hloubku Δh se ponoření bedny zvětší, když do ní Honza nastoupí?
- Může se k Honzovi do bedny posadit i jeho kamarádka Maruška o hmotnosti $M_2 = 50$ kg, aniž by se bedna s oběma potopila?

FO67EF1-5: Přehrada Nové Heřminovy

L. Richterek

Dne 14. 9. 2024 byl překonán dosavadní rekord v zaznamenaném denním úhrnu srážek na našem území, když na stanici Švýčárna v Jeseníkách naměřili hodnotu 385,6 mm/den. Jako jeden z možných prvků ochrany proti záplavám v povodí řeky Opavy bývá zmiňována plánovaná výstavba přehrady Nové Heřminovy. Podle hlásného profilu v obci Karlovice nad plánovanou přehradou má plocha povodí Opavy nad přehradou rozlohu asi 151 km^2 , průměrný roční průtok odpovídá hodnotě $3,55 \text{ m}^3/\text{s}$.



- Maximální objemová kapacita plánované přehrady se odhaduje na $14,5 \text{ miliónů m}^3$, minimální zásobní kapacita na $3,0 \text{ miliónů m}^3$. Kolik procent maximální kapacity je plánováno na zadržování povodní?
- Odhadněte, za jak dlouho by se při maximálním naměřeném srážkovém úhrnu na celé ploše povodí naplnila přehrada ze zásobní na maximální objemovou kapacitu?
- Za jak dlouho by se naplnila ze zásobní na maximální kapacitu při průměrném ročním průtoku, při průtoku odpovídajícím stoleté vodě $206 \text{ m}^3/\text{s}$ a při průtoku naměřeném v Karlovicích 15. 9. 2024 o hodnotě $280 \text{ m}^3/\text{s}$?
- Odhadněte, jakou kinetickou energii má voda, která při průměrném ročním průtoku proteče v řece za sekundu rychlostí lidské chůze $5,0 \text{ km/h}$? Na základě výpočtu ji porovnejte s energií cyklisty, který má i s kolem hmotnost 80 kg a jede pohodlnou rychlostí 15 km/h .

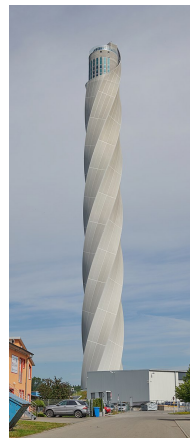
FO67EF1-6 Běh na věž

J. Thomas

V německém městě Rottweil stojí vysoká věž na testování výtahů, které vyrábí místní firma. Nahoru na věž vede i schodiště, které končí ve výšce 232 m nad zemí a má 1 390 schodů. Na tomto schodišti se pořádají každoročně běžecké závody, kterých se účastní asi 1000 účastníků. Tři kamarádi na dovolené se rozhodli vyzkoušet si takový běh. Startovali vždy po 12 sekundách a jejich výkony můžeme porovnat.

Martin (36 let, 70 kg, 176 cm) dosáhl času 8 min 16 s,
Dan (48 let, 85 kg, 198 cm) dosáhl času 9 min 30 s,
Zdeněk (62 let, 75 kg, 187 cm) dosáhl času 16 min 40 s.

- Který z nich vykonal při běhu největší práci? Odpověď ověřte výpočtem.
- Který z nich měl při běhu největší výkon? Odpověď ověřte výpočtem.
- Martin startoval 12 s za Danem. Kdy a na kolikátém schodu bude Dana předbíhat?



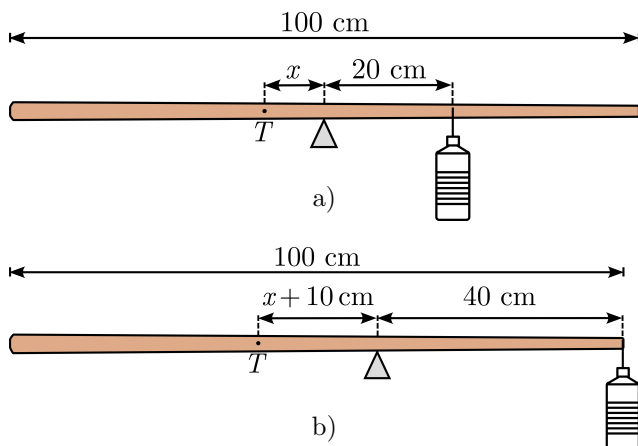
FO67EF1-7 Hmotnost dřevěné tyče

ChatGPT, L. Richterek

Monika našla na vycházce v lese rovný kus větve, který můžeme považovat za tyč délky 100 cm, která má v různých místech různý průřez (její „tloušťka“ není všude stejná). Řekla si, že by mohla zkusit odhadnout hmotnost tyče M s pomocí PET lahve s vodou a provázku. V PETce o objemu 1,0 litr (jejíž hmotnost, stejně jako hmotnost provázku, můžeme zanedbat) měla ještě 80 % vody. Tyč podepřela přesně uprostřed ostrým kamenem postaveným vyšší pařez a provázek s PET lahví zavěsila ve vzdálenosti $l_1 = 20$ cm od místa podepření (obr. 2a), čímž nastala rovnováha. Potom podpěru posunula o 10 cm doprava a rovnováha nastala, když PET lahev s vodou zavěsila na pravý konec tyče (obr. 2b).



- Určete hmotnost M tyče a vzdálenost x jejího těžiště T od středu tyče.
- Potom Monika upila 300 ml vody z PET lahve a tyč podepřela opět uprostřed. Kam musí zavěsit nyní PET lahev, aby byla tyč v rovnováze?



Obr. 2: K úloze FO67EF1-7

FO67EF1-8 Věžní hodiny

J. Thomas

Minutová ručička věžních hodin je dlouhá 1,5 m, hodinová ručička je dlouhá 1,0 m.

- Určete rychlosti koncových bodů obou ručiček v cm/s, km/h a v m/min.
- Určete velikosti drah koncových bodů ručiček za 1 den (24 h).
- Pokud začneme měřit ve 12:00 h, za kolik minut budou mít obě ručičky poprvé zase stejný směr?
- Kdy budou mít ručičky poprvé opačný směr?



FO67EF1-9 Na vařiči

J. Thomas

Bára vařila čaj na plotně indukčního vařiče s příkonem $P = 1\,200\text{ W}$. Do konvice o hmotnosti $m_k = 200\text{ g}$ a měrné tepelné kapacitě $c_k = 460\text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ nalila při teplotě místnosti $t_k = 20^\circ\text{C}$ objem 1,0 litru vody o teplotě $8,0^\circ\text{C}$ a postavila na vařič.

- Jaké teplo Q_1 je potřeba na ohřátí samotné konvice k bodu varu vody $t_v = 100^\circ\text{C}$?
- Jaké teplo Q_2 je potřeba k ohřátí samotné vody k bodu varu?
- Jak dlouho bude trvat, než voda v konvici začne vařit?
- Po postavení vody na vařič Bára odběhne k sousedce, kde se zapovídá a vrátí se za 20 minut. Zbude v konvici ještě voda alespoň na šálek čaje, tj. alespoň 3,0 dl?



Měrná tepelná kapacita vody $c = 4\,200\text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, měrné skupenské teplo vypařování vody $l_v = 2\,260\text{ kJ/kg}$.

FO67EF1-10 Elektrický obvod

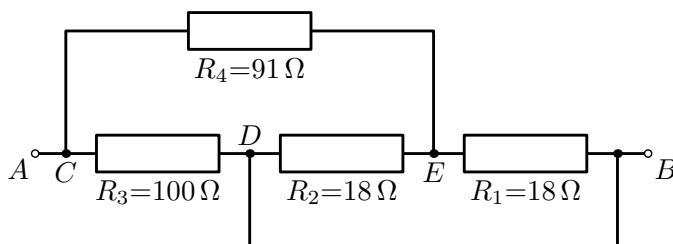
J. Thomas

Klára sestavila obvod, jehož schéma a hodnoty odporu rezistorů jsou na obr. 3, odpory vodičů lze zanedbat.

- Jaký je celkový R odpor zapojení mezi body A a B ?

K bodům A a B připojila zdroj stálého napětí $U = 9,0\text{ V}$.

- Jaký proud procházel každým z rezistorů?
- Jaký byl celkový výkon P rezistorů zapojených v obvodu?
- Na kterém rezistoru byl největší výkon $P_{\max}$ a na kterém rezistoru byl nejmenší výkon $P_{\min}$?



Obr. 3: K úloze FO67EF1-10

Pomůcka: Při paralelním zapojení dvou rezistorů R_1 a R_2 vedle sebe lze pro výpočet výsledného odporu R využít zjednodušený vztah

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

FO67EF1-11 Intenzita osvětlení (experimentální úloha) N. Martínková

Světlo bylo pro lidstvo vždy důležité, ať už šlo o oheň, svíčky, olejové lampy nebo později plynové a elektrické osvětlení. Lidé postupně zjišťovali, že různé druhy osvětlení mají odlišné vlastnosti, a proto ho začali zkoumat.

Jednou z fyzikálních veličin popisujících vlastnosti světla je intenzita osvětlení, která udává, jaké množství světla dopadá na jednotku plochy. Obvykle se značí písmenem E a její hodnota se udává v luxech. Proto se přístroj, který slouží k jejímu měření, jmenuje luxmetr. Luxmetrem se díky zabudovanému světelnému čidlu může stát i mobilní telefon, s nímž budete provádět následující měření. Je-li to možné, provádějte ho v co největší tmě, aby telefon měřil intenzitu světla pouze zvoleného světelného zdroje (svítily) a ne z okolí.

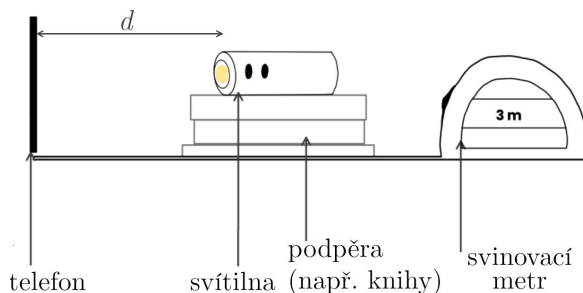
Úkol: Zkoumat závislost osvětlení na vzdálenosti od zdroje světla (baterky).

Pomůcky: Telefon s aplikací *Lux Light Meter Pro* (ke stažení na [Google Play](#) i v [App Store](#)), svítilnu/baterku, svinovací metr.

Postup:

- Před měřením zkalibrujte luxmetr ve svém telefonu. Světelné čidlo se obvykle nachází u horního okraje telefonu blízko přední kamery. Najdeme ho tak, že zapneme luxmetr a pomalu prstem jedeme od jednoho konce lišty k druhému, dokud čidlo prstem nezastíníme a luxmetr neukáže hodnotu 0 lx. V ten okamžik klikneme na „kalibrovat“ a telefon bude připraven k měření.
- Na vodorovné podložce (stůl nebo zem) roztáhněte svinovací metr. Vedle jeho začátku (0 cm) upevněte telefon kolmo k vodorovné podložce. Do vzdálenosti 10 cm od telefonu umístěte baterku tak, aby její světlo mířilo vodorovně (tedy kolmo na telefon) na světelné čidlo telefonu (jako na obr. 4). Rozsviďte baterku a určete intenzitu jejího osvětlení E . Baterku posuňte o 5 cm dále a znovu změřte intenzitu osvětlení E .

Postup opakujte, dokud neurčíte intenzitu osvětlení E při vzdálenosti 55 cm mezi baterkou a telefonem. Měření proveďte pětkrát a pro každou vzdálenost určete průměrnou intenzitu osvětlení. Vytvořte graf závislosti intenzity osvětlení E na vzdálenosti d . Jak se intenzita E mění se zvětšující se vzdáleností d ?



Obr. 4: K úloze FO67EF1-11

FO67EF1-12 (experimentální úloha): Frekvence zvuku

N. Martínková

Měření zvuku pomáhají inženýrům vyvíjet technologie, jako jsou mikrofony nebo reproduktory. Díky poznatkům o zvuku je možné přizpůsobit architekturu budov pro lepší akustiku nebo navrhovat odhlučněné prostory. V medicíně využívají lékaři ultrazvuk pro diagnostiku nemocí.

Zvuk je mechanické vlnění. Šíří se tak, že zdroj rozvibruje částice v prostředí, které se začnou stlačovat nebo rozpínat, čímž vznikají tlakové vlny dopadající na přijímač. Protože se jedná o vlnění, můžeme určit i jednu z důležitých charakteristik – frekvenci, které v hudbě odpovídá výška tónu. Právě frekvenci různých tónů máte za úkol změřit.

Úkol: Vyšetřete závislost frekvence tónu na jeho výšce. Změřte frekvenci celých tónů dvou oktáv (od C3 do C5 bez zvýšených tónů).

Pomůcky: Přehrávač zvuku (např. notebook nebo tablet) a telefon s aplikací *Phyphox* (ke stažení na [Google Play](#) nebo v [App Store](#)); zvuky, které budete potřebovat přehrát, najdete na [YouTube](#) (můžete použít i hudební nástroj jako klavír nebo klávesy).

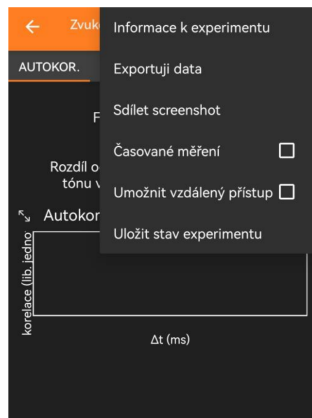
Postup:

V aplikaci *Phyphox* najdete oddíl „Akustika“ a klikněte na „Zvuková autokorelace“. V tomto módu budete provádět celé měření. V sekci „Autokorekce“ přes tři tečky v pravém horním rohu zaškrtněte „časované měření“ (obr. 5a), nastavte zpoždění startu na 3 s a dobu trvání experimentu na 10 s (obr. 5b). Potom položte svůj telefon mikrofonom co nejbližší zdroji zvuku. Začněte přehrávat tón C3 a následně spusťte v aplikaci kliknutím na šipku měření. Aplikace změří frekvenci vydávaného zvuku a ukáže, o jaký tón se jedná.

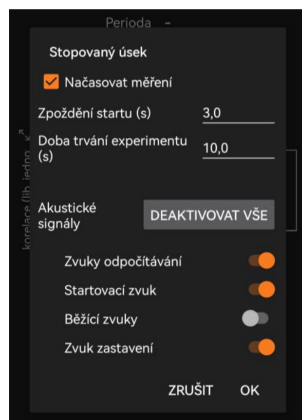
Stejným způsobem určete frekvence ostatních tónů. Měření proveďte třikrát a z naměřených hodnot vypočítejte průměrnou frekvenci každého tónu.

Vytvořte graf závislosti frekvence tónu na jeho výšce. Na vodorovné ose přiřaďte tónu C3 jedničku a každému dalšímu tónu hodnotu o 0,5 vyšší (poslednímu tónu C5 tak bude přiřazeno číslo 8). Na svislou osu zanešte vypočítané průměrné frekvence tónů. Jak se mění frekvence tónu s jeho výškou?

Poznámka: V zadání používáme tzv. vědecké (americké) značení tónů. V hudbě je u nás obvyklé jiné značení oktáv, např. tónu C3 odpovídá malé c, tónu C4 pak c' a C5 značení c''.



a) Hledání časového měření



b) Nastavování časových intervalů

Obr. 5: K úloze FO67EF1-12



Zveme všechny zájemce o fyziku k řešení zajímavých úloh!
Informujte se u svého učitele fyziky.

Najdete nás také na Internetu a Facebooku:
<http://fyzikalniolympiada.cz>
<https://www.facebook.com/fyzikalniolympiada>.

Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Richard Polma, Jindřich Pulíček, Miroslav Randa a Lukáš Richterek ve spolupráci s autory úloh Nicol Martínkovou a Janem Thomasem. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie a portálů www.garaz.cz, www.svgrepo.com a pixabay.com. Canva AI, ChatGPT.

Sázeno systémem Lua^AT_EX



Úlohy 1. kola 67. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2025/2026 Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,8 \text{ N/kg} = 9,8 \text{ m/s}^2$.

FO67G1-1: Cesta na sraz

J. Thomas

Spolužáci mají sraz absolventů po vysoké škole, který začíná obědem v Praze v 11:00 h. Helena jede autobusem ze Sokolova, který vyjíždí v 7:25 h, v Karlových Varech je v 7:50 h a po desetiminutové přestávce vyjíždí do Prahy, kam přijede v 10:00 h. Vzdálenost Sokolov – Karlovy Vary je 20 km, Sokolov – Praha 156 km. Petr vyjíždí autem v 8:15 h z Karlových Varů do Prahy a jede bez zastávky průměrnou rychlostí 85 km/h.



- Jaké jsou průměrné rychlosti v_1 a v_2 autobusu na trase Sokolov – Karlovy Vary a Karlovy Vary – Praha?
- Kdy přijede Petr do Prahy?
- Nakreslete do grafu závislost vzdálenosti $s = s(t)$ autobusu a auta od Karlových Varů na času t v minutách od 8:00 dále.
- V kolik hodin a jak daleko před Prahou předjíždí Petr autobus s Helenou? Můžete využít i grafické řešení z předchozí části úlohy.

FO67G1-2: Posed

D. Kaštilová

Kamarádi Aleš, Čenda a Mirek často chodili pozorovat zvěř na posed, který stál na kraji lesa. Posed se skládá z dřevěné budky umístěné na čtyřech vysokých kůlech. Na výrobu stěn budky bylo použito 16 desek ze smrkového dřeva o hustotě 500 kg/m^3 . Každá smrková deska měla délku 120 cm, šířku 25 cm a tloušťku 1,2 cm. Dno budky bylo vyrobeno ze 6 desek z dubového dřeva o hustotě 850 kg/m^3 . Každá dubová deska měla délku 120 cm, šířku 20 cm a tloušťku 2,5 cm. Budka má stříšku o hmotnosti 6,0 kg, v budce jsou 3 lavičky, každá o hmotnosti 2,8 kg. Budka posedu se dotýká každého kůlu plochou o velikosti 144 cm^2 .



- Vypočítejte celkovou hmotnost budky posedu se stříškou i lavičkami.
- Jakým tlakem působí budka posedu na každý kůl? Předpokládejte, že kůly jsou zatíženy stejně a jsou téměř svislé.
- Jakým tlakem bude působit budka posedu na každý kůl, jestliže se na lavičky posadí současně Aleš o hmotnosti 48 kg, Čenda o hmotnosti 54 kg a Mirek o hmotnosti 52 kg?

FO67G1-3: Výroba zrcadel

J. Thomas

Pohádkový král Narcis se rozhodl použít část své šperkovnice k výrobě zrcadel, aby se v nich mohl lépe zhlížet. Potřeboval ale ověřit, zda má k dispozici správný kov. Tím pověřil rozespalého dvorního fyzika Empirika, který vhodil do plné nádoby s vodou 420 g tohoto čistého kovu a omylem také 395 g sekaného olova ze zbrojnice o hustotě $\rho_{\text{Pb}} = 11,3 \text{ g/cm}^3$, přičemž z nádoby přeteklo 75 cm^3 vody.



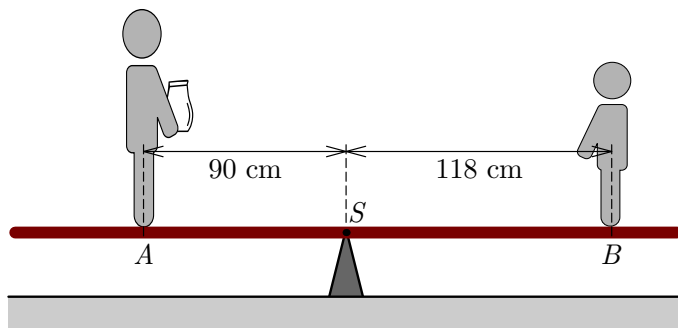
- Jaká je hustota neznámého kovu a o jaký kov asi jde?
- Na kolik obdélníkových zrcadel o rozměrech $32 \text{ cm} \times 48 \text{ cm}$ bude toto množství kovu ze šperkovnice stačit, jestliže se na povrchu zrcadla vytváří vrstva tohoto kovu silná $10 \text{ }\mu\text{m}$?

FO67G1-4: Tři džbány

D. Kaštilová

Večerníčkoví hrdinové Jája (o hmotnosti 44 kg) a Pája (o hmotnosti 52 kg) našli při výletě v podzemí hradu tři džbány se vzácnými mincemi. Všechny tři džbány naráz nemohli unést. Naštěstí v podzemí objevili pevnou dřevěnou desku, kterou ve středu podepřeli tak, že se mohla kolem tohoto bodu otáčet. Rozhodli se, že na ni umístí džbány tak, aby byly v rovnováze. Aby se jim to povedlo, museli nejprve zjistit hmotnost každého džbánu.

Silnější Pája vzal do náruče první džbán a stoupl si na desku do bodu A , který byl ve vzdálenosti 90 cm od středu desky S . Aby byla podepřená deska v rovnováze, Jája si nevzal žádný džbán, ale postavil se na desku v bodě B , který je ve vzdálenosti 118 cm od středu desky.



Obr. 1: K úloze FO67G1-4

- Jaká byla hmotnost prvního džbánu?
- Pája si místo prvního džbánu vzal druhý a postavil se na desku opět do bodu A . Aby nastala rovnováha, musel se Jája posunout do bodu C , který je o 7 cm dál od středu desky než bod B . Vypočítejte hmotnost druhého džbánu.
- Hmotnost třetího džbánu se rovná $\frac{2}{3}$ součtu hmotností prvního a druhého džbánu. Vypočítejte hmotnost třetího džbánu.

FO67G1-5 (experimentální úloha):

Měření délky v neznámé jednotce

N. Martínková

Pomůcky: Slepé pravítko (<http://fo.upol.cz/soubory/pravitko.pdf>), provázek, nit, fix, tužka, lepidlo.

V historii lidé měřili jako první to, co bylo důležité pro jejich každodenní život. Prvními měřeními veličinami tak byly například čas, hmotnost nebo délka, které se využívaly při obchodování nebo ve stavebnictví.



Délka nebo jiné rozměry se dříve neurčovaly v jednotkách, které používáme dnes, a i v současnosti se v několika málo zemích liší. Například ve Spojených státech a Velké Británii se stále používají tzv. angloamerické jednotky jako palec, stopa, yard nebo míle, které mají své historické kořeny.

V seznamu pomůcek na začátku úlohy je odkaz na šablonu „slepého pravítka“. Tu si vytisknete, s ní budete provádět svá měření. Aby rozměry pravítka nebyly změněné, tiskněte na papír velikosti A4 a při tisku nastavte velikost stránky na skutečnou (ne přizpůsobovat tiskové oblasti stránky).

- Určete svou výšku h v neznámých jednotkách slepého pravítka. Pokud vás napadá více možných postupů, proveďte všechny a porovnejte jejich výsledky.
 - Určete obvod o kola bicyklu, automobilu nebo jiného dopravního prostředku v neznámých jednotkách alespoň dvěma různými způsoby:
 - Změřte poloměr kola r nebo jeho průměr d a obvod dopočítejte.
 - Kolo obepněte provázkem. Vyznačte si místo, na kterém se provázek setkal se svým začátkem, nebo ho v tomto místě ustříhněte. Změřte délku provázku potřebného na obehnutí kola.
 - Postavte kolo na zem a udělejte značku na zemi i na kole v místě, kde se kolo a zem dotýkají. Potom s kolem popojděte přímočaře tak daleko, až se značka na kole bude opět dotýkat země. Označte toto místo na zemi a změřte vzdálenost značek na zemi.
- Liší se výsledky měření i)–iii)? Proč? Co mohlo měření v jednotlivých případech zkreslit?
- Pokud délku v centimetrech vydělíme hodnotou v neznámé jednotce, zjistíme, kolika centimetrům odpovídá neznámá jednotka slepého pravítka. Je možné tento údaj získat i jiným způsobem? S pomocí internetu zjistíte, ke které ve světě stále používané jednotce má jednotka našeho pravítka nejbližší.



Zveme všechny zájemce o fyziku k řešení zajímavých úloh!
Informujte se u svého učitele fyziky.

Najdete nás také na Internetu a Facebooku:

<http://fyzikalniolympiada.cz>

<https://www.facebook.com/fyzikalniolympiada>

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autory úloh Nicol Martínkovou a Janem Thomasem. V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie, www.pixabay.com, <https://www.svgrepo.com/> i vygenerované pomocí Adobe Firefly.

Sázeno systémem LuaL^AT_EX

