tlakem na spodní stěnu hráze). Žádoucí svislé upevnění hráze svislou silou je zde oproti prvnímu případu sníženo na pouhých 52 %.

Závěr

V práci je ukázáno, že i k tak dlouho známému zákonu, jakým je zákon Archimedův, je možné ještě něco dodat. Jde o to, aby jeho jednoduchá formulace nebyla při aplikacích zavádějící. Uvedené dva ilustrační příklady jsou velmi vhodné k zařazení k procvičení hydrostatického tlaku a Archimedova zákona ve středoškolské fyzice.

Literatura

[1] *Svoboda, E.* a kol.: Přehled středoškolské fyziky. Praha: Prometheus, 2006.

[2] *Chytilová, M.*: Archimedův zákon. Knihovnička FO č. 19, Hradec Králové: MAFY, 1996.

[3] *Vybíral, B.*: Mechanika ideálních kapalin. Knihovnička FO č. 62, Hradec Králové: MAFY, 2003.

Myšlenkové odvozování veličinových rovnic

VOJTĚCH ŽÁK

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

1 Úvod

Myšlenkovým odvozováním veličinových rovnic rozumíme v tomto článku hledání vztahů mezi fyzikálními veličinami na základě jednodušších úvah, které neprobíhají striktně deduktivně z obecných vztahů dané teorie, ale spíše se opírají o názor žáků a jejich předchozí zkušenosti. Jasnější vymezení bude zřejmé z uvedených pěti příkladů.

K napsání tohoto článku mě vedlo několik důvodů, které bych rád na tomto místě zmínil. Především bych se rád omluvil, že se zabývám tak neatraktivním tématem, jako je „odvozování vzorečků“. Dále bych chtěl upozornit, že se nejedná o „nic nového pod sluncem“, že určité náznaky tohoto přístupu najdeme i v běžných učebnicích fyziky a že někteří učitelé uvedený přístup jistě využívají. Z metodického hlediska můžeme tento přístup zahrnout do heuristické metody (konkrétně se jedná o zvláštní případ heuristického rozhovoru, viz [1], s. 79).

- Odvozování veličinových rovnic (rovnic mezi fyzikálními veličinami) patří mezi méně oblíbené činnosti žáků našich základních a středních škol.

Tomuto tvrzení dají zřejmě zapravdu nejen mnozí učitelé, ale vyplynulo to také z výzkumu, který uskutečnila Katedra didaktiky fyziky Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze v rámci projektu Národního programu výzkumu II, č. 2E06020, Fyzikální vzdělávání pro všestrannou přípravu a rozvoj lidských zdrojů na úrovni základních a středních škol (podrobněji o závěrech projektu viz [2]). Konkrétně měli žáci základních škol a nižšího stupně víceletých gymnázií (celkem asi 1900 respondentů) a dále žáci vyššího stupně víceletých gymnázií, čtyřletých gymnázií a středních odborných škol (více než 2 000 respondentů) ohodnotit zhruba 15 činností, které by mohli ve výuce fyziky dělat. Žáci měli svůj zájem věnovat se nabídnutým činnostem ohodnotit na čtyřstupňové škále: 1 – velmi souhlasím, 2 – spíše souhlasím, 3 – spíše nesouhlasím, 4 – velmi nesouhlasím. „Odvozování vzorečků, nejen učení se je nazpaměť“ se mezi nabídnutými činnostmi umístilo na předposledním místě s průměrným hodnocením 2,5 u žáků ZŠ a 2,7 u žáků SŠ. Hůře dopadlo už jen „počítání příkladů (řešení početních úloh)“. Pro zajímavost dodejme, že na prvním místě se objevilo „dělání pokusů vlastníma rukama“.

Protože se domnívám, že odvozování veličinových rovnic má potenciál podpořit u žáků rozvoj náročnějších myšlenkových procesů, považuji za užitečné se tomuto tématu věnovat. Nic na tom nemění fakt, že „to žáky moc nebaví“. Nemyslím si, že bychom se ve škole jako učitelé měli věnovat pouze záležitostem, které žáci hodnotí bezprostředně jako zábavné a které zrovna chtějí dělat. Zatímco některé články v oborově didaktických časopisech (nejen MFI) se zabývají inovacemi ve výuce, které mají zejména vyjít vstříc bezprostřednímu zájmu žáků, tento článek má podpořit pěstování aktivit, o jejichž užitečnosti jsou zřejmě více přesvědčeni učitelé než jejich žáci. Domnívám se ovšem, že oba typy článků mají v odborné diskuzi svoje místo a mohou se doplňovat.

- Uvedený přístup může podpořit čtenářskou gramotnost, konkrétně porozumění symbolickému zápisu a také rozvoj kritického myšlení.
- Uvedený přístup má také svá omezení. Některá z nich budou myslím čtenáři zřejmá při seznamování se s jednotlivými náměty. Dále jsou tato omezení a úskalí diskutována v závěru článku. V následujícím se soustředíme zejména na případy, kdy ani experimentální, ani teoretické odvozování z obecnějších vztahů není na střední škole možné reálně využít (náročnější přístrojové vybavení, pokročilejší matematický aparát apod.).
- Uvedené myšlenkové odvozování veličinových rovnic může žákům usnadnit rekonstrukci poznatků v jejich mysli, může napomoci hlubšímu a méně mechanickému osvojování poznatků, než jsou různé mnemotechnické pomůcky.

V následujícím je uvedeno pět námětů na myšlenkové odvozování ze středoškolské fyziky. Všechny byly opakovaně využity při výuce na vyšším stupni osmiletého gymnázia a na čtyřletém gymnáziu. První námět je nejautentičtější ukázkou, která poskytuje obraz o průběhu rozhovoru mezi učitelem a žáky. Další čtyři ukázky se soustředí na nejdůležitější momenty odvozování.

2 Odvození vztahu pro odpor vodiče $R = \varrho \frac{l}{S}$

Tento vztah je např. v učebnici [3] (viz s. 61) konstatován s tím, že je možné jej experimentálně odvodit na základě dříve popsaného pokusu. V první ukázce toho, jak by mohl probíhat rozhovor učitele (U) se žáky (Ž), uvádíme v podstatě autentickou ukázku z výuky (sexta osmiletého gymnázia).

U (*na úvod*): Zamyslíme se společně, jak souvisí odpor vodiče, třeba kovového drátu, s jeho vlastnostmi. Aby se vám lépe přemýšlelo, tak si můžeme místo drátu představit potrubí a místo elektrického proudu vodu tekoucí tímto potrubím.
U (*pokračuje*): Představte si potrubí, kterým protéká voda, neboli kovový drát, kterým teče elektrický proud. Bude větší odpor kladen na kratším, nebo na delším úseku?
Ž1: Asi na delším úseku.
U: A proč? Uměl bys to nějak zdůvodnit?
Ž1: Tak když něco brání vodě nebo elektrickému proudu na nějakém

úseku, tak na dvojnásobném úseku toho bude bránit víc, dvakrát, ne?
U (*k ostatním žákům*): Přijde vám logické, že na delším úseku, na větší vzdálenosti, je vodě nebo elektrickému proudu postaveno do cesty více překážek než na krátkém úseku?
Ž2: Jo, tak je to něco takového, jako když pojedu autem, tak čím dál pojedu, tím spíš se srazím s jiným autem nebo se stromem.
U: To je zajímavé přirovnání. V kovu je to zhruba tak, že elektrony, které tvoří elektrický proud, narážejí do iontů krystalové mřížky. Je to samozřejmě složitějším, protože ionty nejsou nehybné, ale kmitají. Když byste se měli rozhodnout, jestli je na základě toho, co jsme tu spolu vymysleli, elektrický odpor buď přímo, nebo nepřímo úměrný délce drátu, vodiče, pro co byste se rozhodli?
Ž3: Že je přímo úměrný. Čím větší délka, tím větší odpor.
U: Dobře. To můžeme napsat matematicky takto… *Učitel napíše na tabuli* $R \sim l$ *a případně to dále okomentuje.*
U: Tak teď se zamyslíme, jak by mohl záviset elektrický odpor na obsahu průřezu vodiče. Představte si několik stejných potrubí s vodou vedle sebe. Moje otázka je, jestli proteče více vody jedním potrubím nebo několika takovými potrubími dohromady.
Ž4: To je jasné. Jedním potrubím proteče za sekundu nějaké množství vody, dvěma potrubími, která jsou stejná, proteče dvojnásobné množství a tak dále. Takže čím víc stejných potrubí vedle sebe, tím víc vody.
U: Dobře. A teď si představte, že několik takových potrubí, která jsou vedle sebe, spojíme; zbavíme se jejich stěn. Vznikne tak jedno potrubí s větším průřezem. Kolik jím proteče vody ve srovnání s jedním původním potrubím?
Ž5: No, víc. Prostě stejně jako těmi několika potrubími dohromady.
U: Fajn. A když tedy proteče více vody tlustějším potrubím, potrubím s větším obsahem průřezu, jak to bude s elektrickým proudem a odporem?
Ž5: Větší proud znamená menší odpor, takže tlustější bude mít menší odpor.
U: Dobře. Když byste se měli zase rozhodnout, jestli je na základě toho, co jsme tu spolu vymysleli, elektrický odpor buď přímo, nebo nepřímo úměrný obsahu průřezu vodiče, pro co byste se rozhodli?
Ž6: Že je nepřímo úměrný. Čím větší průřez, tím menší odpor.
U: Dobře. To můžeme napsat matematicky takto… *Učitel napíše na tabuli* $R \sim \frac{1}{S}$ *a případně podá další komentář.*

U (shrnuje): Tak zatím jsme si tady v našich myšlenkách odvodili, že elektrický odpor je přímo úměrný délce vodiče a nepřímo úměrný obsahu jeho průřezu. Uměli bychom oba dva vztahy spojit do jednoho? (*Po další případné diskuzi učitel napíše vztah* $R \sim \frac{l}{S}$).
U (*pokračuje*): Víte, jak by se to dalo zapsat do rovnice?
Ž7: $R = \frac{l}{S}$.
U: Není to úplně špatný nápad, ale takhle to být nemůže. Zamyslete se nad fyzikálními jednotkami odporu na levé straně rovnice a podílu délky a obsahu na druhé. Něco tam nehraje.
Ž8: Na pravé straně rovnice musí být ještě něco, co má jednotku $\Omega \cdot \mathrm{m}$.
U: Správně. Taková veličina souvisí ještě s další vlastností vodiče, na které závisí jeho odpor. Už jsme tu měli závislost na délce a obsahu průřezu...
Ž9: Třeba na tom, z čeho drát je.
U: Zkus to doplnit, jak to myslíš?
Ž9: No, z jakého je materiálu.
U: Dobře. Odpor bude asi záviset kromě délky a obsahu průřezu také na materiálu, ze kterého je vodič vyroben. Celkově můžeme psát, že $R = \varrho\frac{l}{S}$. (*Následuje výklad o měrném elektrickém odporu* ϱ.)
U: Vztah, který jsme tady myšlenkově odvodili pro elektrický odpor vodiče, skutečně platí. Dá se o tom přesvědčit experimenty. Právě experimenty nakonec rozhodují, jestli jsou takové úvahy, které jsme tu prováděli, správné nebo ne. Tady správné jsou. Zdaleka ne každý fyzikální vztah se dá takhle v úvahách odvodit, ale někdy to jde. Pro vás může být užitečné také to, že pokud si nebudete jisti, jestli si rovnici pamatujete správně, tak když si vzpomenete na úvahy, které jsme tu provedli, může vám to pomoci k jejímu vybavení.

3 Odvození vztahu pro teplo $Q = cm\Delta t$

Uvedený vztah pro výpočet tepla je v učebnici [4] na s. 52 odvozen na základě definice měrné tepelné kapacity. Její pochopení dělá žákům často problémy. Následující myšlenkové odvození můžeme tedy chápat jako určitou alternativu k tomuto postupu. V tomto a dalších případech uvádíme už jen zkrácené verze rozhovorů (s důležitými momenty).

Co se stane s teplotou, když tělesu dodám teplo (předpokládáme, že těleso nezmění svoje skupenství atd.)?
$\longrightarrow$ Teplota se zvětší.
Bude tedy teplo dodané tělesu přímo, nebo nepřímo úměrné změně teploty?
$\longrightarrow$ Přímo úměrné.

Jak můžeme tuto skutečnost zapsat?
$\longrightarrow Q \sim \Delta t$
Když budeme chtít zahřát např. o 20 °C těleso z určité látky o hmotnosti 100 g a těleso ze stejné látky o stejnou teplotu s hmotností 200 g, ve kterém případě musíme dodat více tepla?
$\longrightarrow$ Více tepla musíme dodat těžšímu tělesu.
Je tedy dodané teplo přímo, nebo nepřímo úměrné hmotnosti?
$\longrightarrow$ Přímo úměrné.
Jak to můžeme zapsat?
$\longrightarrow Q \sim m$
Na čem dalším by mohlo záviset teplo, které musím dodat tělesu, aby se ohřálo o určitou teplotu?
$\longrightarrow$ Na tom, z jaké je látky.
Dejme tomu, že takovou vlastnost vyjadřuje veličina označená jako c. Jak by potom šlo zapsat všechny tři poznatky do jedné rovnice?
$\longrightarrow Q = cm\Delta t$
Následuje komentář tohoto vztahu a vysvětlení měrné tepelné kapacity c.

4 Odvození vztahu pro délkovou teplotní roztažnost $\Delta l = \alpha l_1 \Delta t$

Poznatek vyjádřený tímto vztahem je uveden v učebnici [4] na s. 141 a 142 jako experimentální zjištění.

Na čem by mohlo záviset prodloužení tyče při zahřívání?
$\longrightarrow$ Na teplotě.
Prodlouží se tyč více, když ji zahřejeme o 10 °C nebo o 20 °C?
$\longrightarrow$ O 20 °C.
Bude prodloužení přímo, nebo nepřímo úměrné změně teploty?
$\longrightarrow$ Přímo úměrné.
Můžeme psát $\Delta l \sim \Delta t$
Prodlouží se při určitém zvýšení teploty více metrová nebo dvoumetrová tyč?
$\longrightarrow$ Dvoumetrová tyč.
Bude tedy prodloužení přímo, nebo nepřímo úměrné délce tyče?
$\longrightarrow$ Přímo úměrné.
Můžeme psát $\Delta l \sim l_1$.
Jak můžeme zapsat, že prodloužení tyče je přímo úměrné jak změně teploty, tak délce tyče?
$\longrightarrow \Delta l \sim l_1 \Delta t$ (např. sčítání veličin na pravé straně je vyloučeno, protože veličiny mají různé jednotky a takové nelze sčítat).
Můžeme zapsat, že $\Delta l = l_1 \Delta t$?

$\longrightarrow$ Nemůžeme, protože součin na pravé straně rovnice má jinou fyzikální jednotku než veličina na levé straně.
Rovnici tedy doplníme na $\Delta l = \alpha l_1 \Delta t$. S čím by mohl souviset součinitel α?
$\longrightarrow$ S tím, z jakého materiálu je tyč.
Následuje diskuze teplotního součinitele délkové roztažnosti α a platnosti vztahu $\Delta l = \alpha l_1 \Delta t$.

5 Odvození vztahu pro magnetickou indukci pole přímého vodiče $B = \dfrac{\mu}{2\pi}\dfrac{I}{d}$

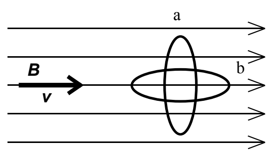
S tímto vztahem se můžeme setkat např. v učebnici [3] na s. 139, kde je uveden s tím, že jeho odvození není jednoduché. (Odvodit se dá z Ampérova zákona a při odvozování je třeba integrovat, viz [5], s. 780-782.)

Na čem by mohla záviset velikost magnetické indukce pole (obdoba „intenzity“ magnetického pole), které vzniká v okolí vodiče s proudem?
$\longrightarrow$ Na elektrickém proudu, jeho velikosti. V okolí vodiče, kterým neteče elektrický proud, magnetické pole nevznikne, zatímco když poteče vodičem velký proud, vznikne silné pole a magnetická indukce bude mít vysokou hodnotu.
Bude tedy velikost magnetické indukce přímo, nebo nepřímo úměrná elektrickému proudu?
$\longrightarrow$ Přímo úměrná.
Můžeme psát $B \sim I$.
Na čem dalším by mohla záviset velikost magnetické indukce? Zamyslete se nad různými místy prostoru kolem vodiče.
$\longrightarrow$ Na vzdálenosti. Ve větší vzdálenosti bude menší, pole bude slabší.
Bude tedy velikost magnetické indukce přímo, nebo nepřímo úměrná vzdálenosti od vodiče?
$\longrightarrow$ Nepřímo úměrná.
Můžeme psát $B \sim \frac{1}{d}$.
Jak můžeme zapsat, že velikost magnetické indukce je přímo úměrná elektrickému proudu a nepřímo úměrná vzdálenosti daného místa od vodiče?
$\longrightarrow B \sim \frac{I}{d}$.
Následuje diskuze konstanty úměrnosti $\frac{\mu}{2\pi}$ a výsledného vztahu $B = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{d}$.
Je možné také zmínit, že ve jmenovateli je vlastně délka magnetické indukční čáry, která prochází daným bodem ve vzdálenosti d od vodiče.

6 Odvození vztahu pro magnetický indukční tok $\Phi = BS\cos\alpha$

Magnetický indukční tok patří mezi veličiny, které jsou zvlášť náročné na představivost žáků. Obdobně jako v oddílu 2 při odvozování vztahu pro odpor vodiče je možné použít analogii s tekoucí vodou. Magnetický indukční tok je zaveden bez odvození např. v učebnici [3] na s. 160. V následujícím opět uvádíme možný postup při myšlenkovém odvozování tohoto pojmu.

Vyjdeme z analogie. Místo magnetického pole a magnetických indukčních čar si představíme vodu a její proudnice. Místo vektoru magnetické indukce si budeme myslet rychlost.



Obr. 1

Vymyslete, jak umístit kruhovou plochu do magnetického pole („proudu vody"), aby byl tok magnetické indukce co největší (aby proteklo co nejvíce vody)?
$\longrightarrow$ Plocha musí být kolmo k magnetické indukci (obr. 1, poloha a), tj. normála (kolmice k ploše) ve směru indukce (splývá s magnetickou indukční čarou).
Jaký je tedy v tomto případě úhel mezi normálou a magnetickou indukcí?
$\longrightarrow 0°$
Existuje taková poloha plochy, aby jí nic neprotékalo?
$\longrightarrow$ Poloha, kdy je kruhová plocha ve směru indukčních čar, neboli normála je kolmo k magnetické indukci, tj. svírají úhel 90° (obr. 1, poloha b).
Znáte nějakou funkci z matematiky, aby pro úhel 90° dala 0 a pro 0° byla maximální?
$\longrightarrow$ Kosinus.
Čemu a jak (přímo, nebo nepřímo) úměrný bude magnetický indukční tok Φ?
$\longrightarrow \Phi \sim \cos\alpha$
Jak by se dal magnetický indukční tok zvětšit a jak to můžeme zapsat?
$\longrightarrow$ Tím, že se zvětší obsah plochy; $\Phi \sim S$
Čím ještě by se dal tok zvětšit? Představte si tekoucí vodu.
$\longrightarrow$ Zvětšením rychlosti vody, tj. zvětšením velikosti magnetické indukce.

Můžeme to zapsat jako $\Phi \sim B$.
Napište všechno, na co jsme přišli, do jedné rovnice.
$\longrightarrow \Phi = BS\cos\alpha$

7 Závěr

Výše bylo uvedeno pět příkladů myšlenkového odvozování veličinových rovnic. Z příkladů je jasné, že uvedený přístup má svá omezení. Jednoduché úvahy využívané při tomto způsobu odvozování umožňují sice rozhodnout, zda bude daná veličina spíše přímo než nepřímo úměrná jiné, neumožňují ovšem rozlišit např. pokles dané veličiny s první a se druhou mocninou vzdálenosti. Je třeba si uvědomit, že učitel při tomto způsobu výuky řídí práci žáků, často jim dává na vybranou mezi určitými alternativami, a do jisté míry je tak vmanipulovává do určitých rozhodnutí. I když je v tomto bodě naznačený přístup problematický, domníváme se, že podporuje u žáků provádění žádoucích myšlenkových operací a vede k méně mechanickému osvojování znalostí.

Diskutované příklady jsou uvedeny jako návrhy pro učitele, kteří by chtěli takovýto přístup ve své výuce využít. Byly opakovaně využity a ověřeny při výuce na gymnáziu; tam byla schopna většina žáků tímto způsobem pracovat. Obecně lze říci, že tento způsob práce je pro žáky při prvním setkání náročnější a při jeho opakované realizaci se stává schůdnějším.

Naznačený přístup chápeme jako alternativu k jiným. Především by nemělo dojít k omezení odvozování fyzikálních zákonitostí a vztahů z reálných experimentů. Tam, kde to je možné (zejména dostatek času a vhodné materiální vybavení), je tento přístup velmi cenné využít. Dále se domníváme, že je velmi žádoucí odvozovat veličinové rovnice („vzorečky“) z obecnějších poznatků, pokud není postup např. příliš zdlouhavý a matematicky náročný.

Literatura

[1] *Svoboda, E. – Kolářová, R.*: Didaktika fyziky základní a střední školy. Praha: Karolinum, 2006.
[2] *Dvořák, L.* a kol.: Lze učit fyziku zajímavěji a lépe? Praha: Matfyzpress, 2008.
[3] *Lepil, O. – Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia: Elektřina a magnetismus. Praha: Prometheus, 2006.
[4] *Bartuška, K. – Svoboda, E.*: Fyzika pro gymnázia: Molekulová fyzika a termika. Praha: Prometheus, 2006.
[5] *Halliday, D. – Resnick, R. – Walker, J.*: Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky, část 3. Brno, Praha: Vutium, Prometheus, 2006.